مور صاحب کے رسالہ مساحت کے

باب اول کا مع مثالون کے

جسکو

منشی محمد ذکاء اللہ صاحب پروفیسر ورنیکیولر سائنس اینڈ ٹیچر میور سنٹرل کالج

الہ آباد

نے

اردو مین ترجمہ کیا

بمقام دہلی مطبع مرتضوی مین باہتمام حاجی محمد عزیز الدین کے

مطبوع ہوا

سنہ ۱۸۶۶ ع

بسم اللہ الرحمن الرحیم

دیباچہ

مور صاحب کا رسالہ مساحت علم مساحت مین ایک مشکل کتاب ہی علم ریاضی کی
فروع جبر مقابلہ اور علم مثلث اور تحریر اقلیدس اچھی طرح طالب علم جانتا ہو تو اوس کو
سمجھہ کر پڑہ سکتا ہے۔ اسلئے مینے بالفعل یہی مناسب جانا کہ اوسکو کئی حصون مین تقسیم
کر کے چھپواؤن۔ تاکہ طالب علمون کو اوسکے خریدنے مین آسانی ہو اور اونکا روپیہ ایسے
کل کتاب کی خریدنے مین ضائع نہو۔ جسکے وہ ایک حصے سے فائدہ اوٹہا سکتے ہون۔
یہہ پہلا حصہ ہے اوسمین باب اول کا مع مثالون کے ترجمہ ہے۔ وہ اون طالبعلمونکی
لئے فائدہ مند ہے جو رڑکی کالج کی جماعت سوم مین پڑہتے ہین۔ اوسمین سطوح
اشکال مستقیمۃ الاضلاع کے رقبون کا بیان ہے فقط

باب اول
سطوح مستقیمۃ الاضلاع کے رقبے

(۱) علم ریاضی کی ایک فرع علم مساحت ہی۔ اوسکا موضوع یہہ ہی کہ خطوط خواہ کیسی ہی صورت کے ہون اونکا طول اور سطوح خواہ کسی ہیئیات کے ہون اونکے رقبے اور مجسمات خواہ کسی ڈول کے ہون اونکے حجم کی تحقیق و تشخیص کرین۔ یہہ تحقیقات پوری پوری سب صورتون اور حالتون مین جب ہی ہو سکتی ہے کہ اوسمین علم حساب الکلیات اور علم حساب الجزئیات کی اعانت لی جائے۔ مگر بہت سی صورتین جو عمل مساحت مین بکار آمد اور مستعمل ہین۔ اونکی تحقیق و تشخیص کامل سیدہی سادہی ترکیبون سے بغیر ان علمون کو دخل دینے کے ہو جاتی ہے۔ جو کچہہ ہم نے لکہا ہی اوسمین یہہ سمجہہ لیا ہی کہ اس کتاب کا پڑہنے والا علم مثلث سے واقف ہی۔ اور چونکہ اس علم کا جزو اعظم یہہ ہی کہ بعض معطیات مثلث سے معلوم خطوط مستقیم کا طول دریافت کرین۔ اسلئے ہم نے یہہ خیال کر لیا ہے کہ طالب علم خطوط مستقیم کا طول دریافت کرنا جانتا ہے۔ پس ہم نے ساری توجہ اس طرف مصروف کی ہے کہ خطوط منحنی کا طول سطحون کا رقبہ اور جسمون کا حجم وہان تک باسانی تخمین و تشخیص کرین کہ اوسمین علم حساب الجزئیات اور علم حساب الکلیات کا کام نہ پڑے

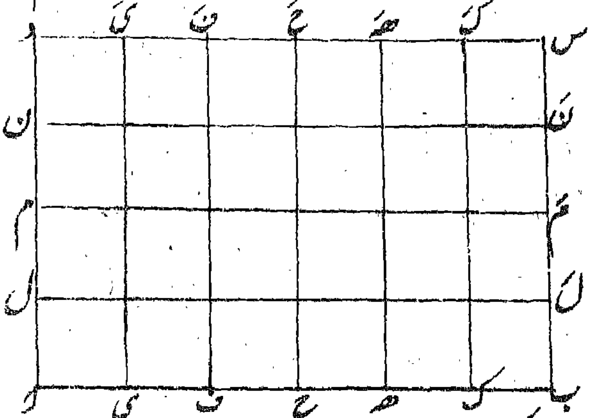
(۲) خط خواہ منحنی ہو خواہ مستقیم اوسکے طول دریافت کرنے مین ہر صورت کے اندر پہلا سوال یہہ ہوتا ہی کہ اوسکی نسبت ایک خط معلوم سے جسکو جمہور نے اندازہ کرنے کے لئے ٹہرا لیا ہے دریافت کرین اور یہہ خط جسکو ہم اپنے اختیار سے ٹہرا لیتے ہین طول کا پیمانہ واحد کہلاتا ہے۔ اور اسی طرح سطوح کے رقبے ناپنے کے لئے خواہ وہ مستوی ہو یا منحنی ہو۔ یہہ سوال اول ہوتا ہے کہ وہ رقبہ اوس سطح معلوم سے جسکو ہم نے اونکا اندازہ کرنے کے لئے

مقرر کیا ہے کیا نسبت رکہتا ہی اور اس سطح معلوم کا نام رقبہ کا پیمانہ واحد ہے

رقبہ کے پیمانہ واحد کی یہہ تعریف ہی کہ دو خطوط مستقیم جنمین سے ہر یک طول کا ایک پیمانہ واحد ہو وہ زاویہ قائمہ پر رکہے جائین اوسسے جو رقبہ گہرے اوسکو رقبہ کا پیمانہ واحد کہتے ہین یا اس مضمون کو ان الفاظ مین ادا کرو کہ رقبہ کا پیمانہ واحد وہ مربع ہوتا ہے جسکا ضلع طول کا پیمانہ واحد ہو

اگر طول کا پیمانہ واحد ایک انچ ہو تو رقبہ کا پیمانہ واحد ایک مربع انچ ہوگا اور اگر ایک گز ہو تو ایک مربع گز اور ایک میل ہو تو ایک مربع میل اور علے ہذا القیاس رقبون مین جتنے پیمانہ واحد ہوتے ہین اونکی تعداد کو ہم اکثر ر سے اور طول کے پیمانہ واحد کی تعداد کو طا سے تعبیر کرینگے

(٣) ایک سطح قائم الزاویہ یعنے مستطیل کے رقبے کو اوسکے دو متصل کے اضلاع مین بیان کرو



فرض کرو کہ ا ب س د

ایک قائم الزاویہ ہے

ا ب مین طول کے پیمانہ

واحد کی تعداد طا ہے

ا د مین طول کے پیمانہ

واحد کی تعداد طب ہے

ا ب س د مین رقبہ کے پیمانہ واحد کی تعداد ر ہے

تو ہم یہہ ثابت کرینگے کہ

ر = طا طب

اب اسکی تین صورتین ہین

(١) طا اور طب اعداد صحیح ہون

(۲) طا اور طب دونو یا دونین سے ایک کسر ہو

(۳) طا اور طب متبائن ہون

صورت اول ا ب کو طا برابر حصون مین نقاط ی و ف و ح و صہ و ک پر تقسیم کرو اور نقاط مستقیم سے ا ب کے متوازی خطوط ی ی اور ف ف اور ح ح اور صہ صہ اور ک ک اور ا د کے متوازی ل ل اور م م اور ن ن کھینچو

اب یہہ خطوط قائم الزاویہ کو مربعون مین تقسیم کرتے ہین اور اونین سے ہر ایک مربع رقبہ کا پیمانہ واحد ہے اور یہہ بھی ظاہر ہے کہ ان مربعون کی تعداد ہر ایک قائم الزاویہ ا ل اور ا م اور ا ن اور ا س مین طا ہے اسلیئے قائم الزاویہ ا ب س د مین ان مربعون یعنی رقبہ کی پیمانہ واحد کی تعداد وہ ہوگی جو طا کو طب گنا کرنے سے حاصل ہوتی ہے یعنے طا طب ∴ ا = طا طب

انتباہ شکل ا ب چھہ برابر حصون مین اور ا د چار برابر حصون مین تقسیم ہوئی ہے یہہ تقسیم فقط آسانی کے لیئے کر لی گئی ہے کیونکہ ہم ا ب کو طا برابر حصون مین تقسیم نہین کر سکتے جب تک یہہ نہ معلوم ہو کہ طا کیا ہے لیکن ا ب کو طا برابر حصون مین اور ا د کو طب برابر حصون مین سطح کر کے اوسپر استدلال ہم کر سکتے ہین

صورت دوم جب طا اور طب دونو یا ایک اونین سے کسر ہو

ہم دونو کو کسر فرض کرتے ہین

فرض کرو کہ سہ ایسا طول کا پیمانہ واحد ہے کہ

ضلع ا ب = طا × سہ اور ا د = طب × سہ

اور طا = ع + صہ/م اور طب = ق + ک/ن

ع اور ق صحاح ہین اور صہ/م اور ک/ن کسور واجب مختصر الحدین ہین

اب ایک اور طول کا پیمانہ واحد صہ چھوٹا سہ سے ایسا مقرر کرو کہ

سہ = م ن صہ

تو طا × سہ = (ع + صہ/م) م ن صہ = (ع م + صہ) ن صہ

اور صہ × سہ = (ع + ک/ن) م ن صہ = (ق ن + ک) م صہ

اب یہ آخر معنین طا × سہ اور صہ × سہ صحاح طول کے پیمانہ واحد صہ کے ہین اسلئے بموجب صورت اول کے اونکا حاصل ضرب قائم الزاویہ کا رقبہ ہوگا اور اس رقبہ مین رقبہ کے پیمانہ واحد کا طول صہ ہوگا اور رقبہ کا پیمانہ واحد صہ² سے تعبیر ہوگا

∴ رقبہ = (ع م + صہ) (ق ن + ک) م ن رقبہ کے پیمانہ واحد صہ² کے

= (ع م + صہ)/م . (ق ن + ک)/ن × م² ن² . . . . . .

= (ع + صہ/م) (ق + ک/ن) رقبہ کے پیمانہ سہ²

کیونکہ رقبہ کا پیمانہ واحد جو موافق طول کے پیمانہ واحد سہ کے لیا جاوے اوسمین م² ن² رقبہ کے پیمانہ واحد موافق طول کے پیمانہ واحد صہ کے ہین

اسسے ثابت ہوا کہ صورت اول ہی کی طرح

ا = طا طب

صورت سوم جب طا اور طب متباین ہون

اگرچہ ہم کوئی پیمانہ واحد ایسا نہین مقرر کرسکتے کہ وہ بالکل ٹھیک اب اور اد کو ناپے مگر ہم ایسا چھوٹا پیمانہ واحد جتنا چاہین اپنے مرضی کے موافق مقرر کرسکتے ہین کہ دو خط ایسے دریافت کرلین کہ وہ متوافق ہون اور اب اور اد سے اونمین اتنا کم فرق ہو کہ جسسے پھر کوئی فرق نہ مقرر ہوسکتا ہو تو ان دونو خطون کے حاصل ضرب سے اوس قائم الزاویہ کا رقبہ حاصل ہوگا جو قائم الزاویہ معلوم سے سقدر کم فرق رکھتی ہے کہ پھر اوس سے کم فرق مقرر نہین ہوسکتا پس اس صورت مین بھی رقبہ کے پیمانہ واحد کی تعداد قائم الزاویہ کے رقبہ مین اون اعداد کا حاصل ضرب ہوگا جو اضلاع متصلہ مین طول کے پیمانہ واحد کی تعداد کو تعبیر کرتے ہین

اس سے معلوم ہوا کہ سب صورتون مین یہہ قاعدہ کلیہ ہے کہ

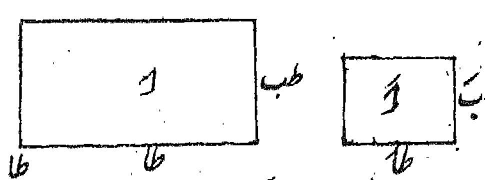
$$\text{ا} = \text{طا طب}$$

انتباہ - اس رسالہ مین آئندہ سب جگہہ اختصار کے لئے ہم یہہ لکہا کرینگے کہ دو خطون کا حاصل ضرب السبی سعد تون مین یہہ سمجہہ لینا چاہئے کہ اوسے ہماری مراد یہہ ہے کہ طول کے پیمانہ واحد جتنے ایک خط مین ہین دوسرے خط کی طول کے پیمانہ واحد کی تعداد مین ضرب دئے گئے ہین

اب ہم فقط علم ہندسہ سے ایک بہت عمدہ کامل ثبوت اوپر کی شکل کا لکہتے ہین اوسکو کچہہ تعلق پہلے بیان سے نہین ہے - دیکہو اوسی کیا ایک نیا مضمون تمہارے ذہن مین آیگا

(۴) قائم الزاویہ کے رقبہ کے بیان کرنے کے لئے کوئی حیلہ دریافت کرو

تحریر اقلیدس کے مقالہ ششم کی ۲۳ شکل مین ثابت ہوا ہے کہ سطوح متوازی الاضلاع متساوی الزوایا مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے سب اضلاع کی نسبت مولفہ ہوتی ہے چونکہ سطوح قائم الزاویہ متساوی الزوایا ہوتی ہین اسلئے اونمین بہی یہہ نسبت ہوگی



فرض کرو کہ دو قائم الزاویون کی سطحون یا رقبون کو ا اور اَ تعبیر کرتے ہین اور اونکے اضلاع طا اور طب اور طاَ اور طبَ ہین

تو بموجب شکل مذکور کے

$$\frac{\text{ا}}{\text{اَ}} = \frac{\text{طا}}{\text{طاَ}} \times \frac{\text{طب}}{\text{طبَ}} = \frac{\text{طا طب}}{\text{طاَ طبَ}}$$

$$\therefore \text{ا} = \text{اَ} \; \frac{\text{طا طب}}{\text{طاَ طبَ}} \quad \ldots\ldots \quad (۱)$$

پس یہی مساوات سطوح کی پیمائش کی اصل ہے - مگر عمل مین اوسکے کام مین لانے کے لئے ضرور ہے کہ ہم کوئی ایک اندازہ پیمانہ پیمائش کا مقرر کرین یعنے کوئی رقبہ پیمانہ واحد قرار دین

جے تمام اور رقبون کو ناپ سکین - پس اب کسی رقبہ کو دریافت کرنے کا سوال جو ہوگا اوسکی یہہ صورت ہو جائیگی کہ کسی شکل کے رقبہ کی نسبت کسی خاص رقبہ سے جسکو ہم نے پیمانہ واحد کے لئے اختیار کیا ہے دریافت کرو - اب رقبون کے پیمانہ واحد کے ضرر کرنے کے لئے جمہور نے بالاتفاق یہہ امر قرار دیا ہے کہ دو طول کے پیمانہ واحد جو زاویہ قائمہ کی کرد قائم ہو کر رقبہ یا سطح کو گھیرین اوسکو پیمانہ واحد قرار دین پس اگر طول کا پیمانہ واحد ایک انچ ہو تو دو انچ جو زاویہ قائمہ پر قائم ہو کر سطح یا رقبہ گھیر یگا اوسکو رقبہ کا پیمانہ واحد کہینگے اور اکثر اوسکو مربع انچ کہا کرتے ہین

اور علے ہذا القیاس اگر طول کا پیمانہ واحد ایک فٹ یا گز یا میل لین تو اوسکے موافق رقبہ کے پیمانہ واحد وہ رقبے ہونگے جو دو فٹون کے یا دو گزون یا دو میلون کے زاویہ قائمہ پر قائم ہونے سے گہرتے ہین اور انکو مربع فٹ مربع گز مربع میل کہتے ہین

اب اگر شکل قائم الزاویہ میں طا اور طب مین سے ہر ایک کو طول کا پیمانہ واحد مقرر کرین تو رقبہ کا پیمانہ واحد ر ہو جائگا اور مساوات (۱) کی یہہ شکل ہو جائیگی کہ

$$1 = \text{طا طب} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (۲)$$

پس مساوات سے یہہ معلوم ہوتا ہے کہ کسی قائم الزاویہ مین رقبہ کے پیمانہ واحد کی تعداد وہ حاصل ضرب ہوتا ہے جو اوسکے اضلاع متصلہ کے طول کے پیمانہ واحد کی تعداد اون کے ضرب دینے سے پیدا ہوتا ہے - اب کوئی شخص یہہ پوچھہ سکتا ہے کہ کسواسطے یہہ خاص رقبے جنکے اوپر تعریف ہوئی پیمائش کے لئے پیمانے واحد مقرر کئے جاتے ہین اس سوال کا جواب یہہ ہے کہ مساوات (۲) کی ایسی سیدہی سادی آسان صورت کسی اور رقبہ کو پیمانہ واحد قرار اپنے سے نہین پیدا ہو سکتی مثلاً اگر ایسا رقبہ پیمانہ واحد قرار دین کہ جسکے ایک ضلع مین دو طول کے پیمانہ واحد اور دوسرے متصل کے ضلع مین سہ طول کے پیمانہ واحد ہون تو مساوات (۱) کی یہہ صورت ہوگی کہ

اَ = ۱ فٹ جب طاَ = ۳ اور طبَ = ۲

اور اسے یہہ مساوات مستنبط ہوگی کہ

$$ا = \frac{طا طب}{۲ \times ۳}$$

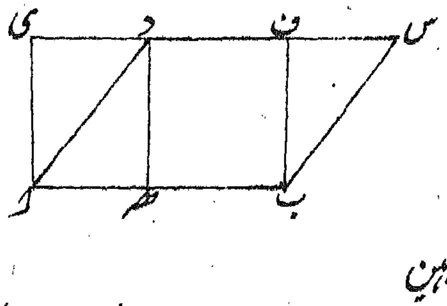
اب یہہ مساوات بہ نسبت مساوات (۲) کے خالی از وقت نہین اور یہی اعتراض اور سب پیمانہ واحد پر ہوگا سوا اوسکے جو ہم نے اختیار کیا ہے

اب یہہ ثبوت جو ہم نے لکھا ہے وہ ہر صورت پر شامل ہے اضلاع طا اور طب خواہ صحیح اعداد یا کسور ہون خواہ وہ متباین ہون - کیونکہ یہہ ثبوت علم ہندسہ سے لکھا گیا ہے اور اوسکو کچھہ تعلق پیمائش کے کسی پیمانہ واحد سے نہین ہے

(۵) سطح متوازی الاضلاع کے رقبے بیان کرنے کے لئے ایک جملہ دریافت کرو

اول - اس جملے مین وہ رقمین ہون جو ایک ضلع کو اور اوس عمودی فاصلہ کو جو اس ضلع کا مقابل کے ضلع سے ہو تعبیر کرین جسکو اکثر یہہ کہتے ہین کہ قاعدہ اور عمود کی رقمون مین

دوم - اس جملہ مین وہ رقمین ہون جو دو متصل کے ضلعون اور اوسکی زاویہ درمیانی کو تعبیر کرین



صورت اول رقبہ کا بیان اون رقمون مین جو ایک ضلع اور عمودی فاصلہ کو جو اس ضلع کا مقابل کے ضلع سے ہو تعبیر کرتے ہین

فرض کرو کہ اب س د ایک متوازی الاضلاع ہے - قائم الزاویہ اب ف ی کو پورا بناو

پس اب س د اور اب ف ی متوازی الاضلاعین ایک ہی قاعدہ پر درمیان ایک ہی خطوط متوازی کے واقع ہین - بسبب سطی بحکم (۳۵ ش ام) کے آپسمین برابر ہین

لیکن قائم الزاویہ اب ف ی کا رقبہ = اب × ب ف بموجب دفعہ ۳ یا ۴ کے

اسیواسطے متوازی الاضلاع کا رقبہ ا ب س د = ا ب × ب ف

اسسے معلوم ہوا کہ اگر طس = ا ب کے طول کے پیمانہ واحد کی تعداد کے

ع = ب ف کے " "

ا = متوازی الاضلاع کے رقبہ کے " "

ا = ع طس

اور ∴ لوک ا = لوک ع + لوک طس

صورت دوم - دو متصل کے ضلعوں اور اونکے زاویہ درمیانی کی رقموں مین رقبہ کا بیان ہے

شکل مین د ھ عمود ا ب پر نکالو

∴ ب ف = د ھ = ا د جیب ب ا د

∴ رقبہ = ا ب × ا د جیب ب ا د

یعنے اگر طب = ا د کے طول کے پیمانہ واحد کی تعداد

بر = ب ا د کے قوسی پیمانہ واحد کے

ا = طب طس جیب بر

اور لوک ا = لوک طب + لوک طس + لوک جیب بر

(۶) مثلث کے رقبہ بیان کرنے کے لئے ایک جملہ دریافت کرو

اول - اون رقموں مین جو ایک ضلع کو اور اس عمود کو جو اوسپر مقابل کے زاویہ سے نکالا جائے تعبیر کرین اسکو اکثر یہہ کہتے ہین کہ قاعدہ اور عمود کی رقموں مین

دوم - دو ضلعون اور اونکے درمیانی زاویہ کی رقموں مین

سوم - تینوں ضلعوں کی رقموں مین



صورت اول - اون رقمون مین جو ایک ضلع کو اور اوس عمود کو جو اوسکے مقابل کے زاویہ سے نکالا جائے تعبیر کرتے ہین - فرض کرو کہ ا ب س ایک مثلث ہو متوازی الاضلاع ا ب س د کو پورا بناؤ اور س ف عمود ا ب پر یو نہین یا خارج کرکے جیسی صورت اور ضرورت ہو نکالو

اب بحکم (۱ ۲ ۳ ش ام) کے متوازی الاضلاع دو چند مثلث سے ہے

اسیواسطے مثلث ا ب س کا رقبہ = ½ متوازی الاضلاع ا ب س د کے

= ½ ا ب × س ف بموجب دفعہ ۵

اسے معلوم ہوا کہ اگر طس = ا ب کے طول کے پیمانہ واحد کی تعداد

ع = س ف کے " "

ا = ا ب س کی " "

ا = ½ ع طس

اور لوگ ا = لوگ ع + لوگ طس - لوگ ۲

صورت دوم - دو ضلاع اور اونکے زاویہ درمیانی کی رقمون مین

اوپر کی صورت کے موافق

رقبہ = ½ ع طس

اور ع = س ف = ا س جب ب ا س = طب حس ا

علم مثلث مین طریقہ کتابت یہہ اختیار کیا گیا ہے کہ مثلث کے اضلاع جو ا اور ب اور س کے زاویون کے مقابل ہوتے ہین اونکو طا اور طب طس سے تعبیر کرتے ہین

∴ رقبہ = ½ طب طس حس ا

اور لوگ رقبہ = لوگ طب + لوگ طس + لوگ حس ا - لوگ ۲

صورت سوم - تینون ضلعون کے رقمون مین

رقبہ = ½ طب طس حس ا

اور علم مثلث مین ہم کو یہہ امر معلوم ہے کہ

$$\text{حب ا} = \frac{۲}{\text{طب طس}} \sqrt{\text{ص (ص - طا) (ص - طب) (ص - طس)}}$$

اس قیمت حب ا کو رقبہ کے جملہ مین مندرج کردو تو

$$\text{رقبہ} = \sqrt{\text{ص (ص - طا) (ص - طب) (ص - طس)}}$$

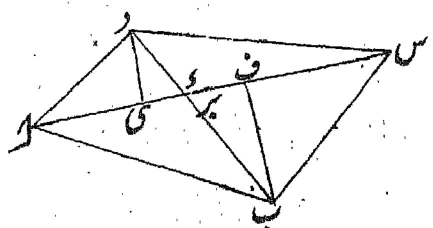
اور ۲ لوگ رقبہ = لوگ ص + لوگ (ص - طا) + لوگ (ص - طب) + لوگ (ص - طس)

(۷) شکل ذوار بعۃ الاضلاع کے رقبہ بیان کرنے کے لئے ایک جملہ دریافت کرو

صورت اول - اون رقمون مین جو وتر اور اون عمودون کو جو اوسپر مقابل کے نقاط زاویہ سے نکالے جائین تعبیر کرین -

صورت دوم - وترون اور اونکے زاویہ درمیانی کی رقمون مین

صورت سوم - چارون ضلعون اور دو مقابل کے زاویون کی رقمون مین



صورت اول - اون رقمون مین جو وتر اور اون عمودون کو جو اوسپر مقابل کے نقاط زاویہ سے نکالے جائین تعبیر کرین

فرض کرو کہ ا ب س د شکل ذوار بعۃ الاضلاع ہے

وتر اس اور اسپر عمود ب ف اور دی کھینچو

فرض کرو کہ و = اس کے طول کے پیمانہ واحد کے

ع۱ = ب ف کے 〃 〃 〃

ع۲ = دی کے 〃 〃 〃

ا = ذوار بعۃ الاضلاع کے رقبہ کے پیمانہ واحد کے

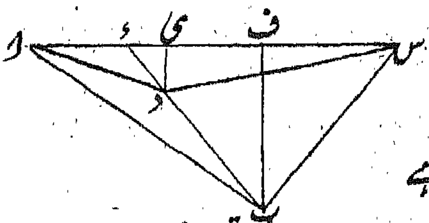
اب ا = رقبہ △ ا ب س + رقبہ △ ا د س

ا = ½ اس × ب ف + ½ اس × د ی

= ½ اس (ب ف + د ی)

= و (ع۱ + ع۲) / ۲

اگر وتر اس ذواربعۃ الاضلاع سے باہر واقع ہوتا ہے جیسا کہ شکل ذیل مین ہو تو



ہمکو یہہ ظاہر معلوم ہوتا ہے

ا = رقبہ △ اب س − رقبہ △ ا د س

= ½ اس × ب ف − ½ اس × د ی

= ½ اس (ب ف − د ی)

= و (ع۱ − ع۲) / ۲

صورت دوم - رقبہ کا بیان وترون اور اونکے زاویہ درمیانی کے رقمون مین

ہر شکل مین ب د ملاؤ اور دوسری شکل مین ب د کو بڑھاؤ کہ وہ اس سے نقطہ ہ پر ملے

فرض کرو کہ اس = و۱ اور ب د = و۲ اور زاویہ ب ہ س = ہر

اور ہ ب = لا اور ہ د = ی

پس اول شکل مین ا = △ اب س + △ ا د س

= ½ ع۱ و۱ + ½ ع۲ و۱

= ½ و۱ (ع۱ + ع۲)

= ½ و۱ (لا جب ہر + ی جب ہر)

= ½ و۱ (لا + ی) جب ہر

= ½ و۱ و۲ جب ہر

اور دوسری شکل مین ا = △ ا ب س − △ ا د س

= $\frac{1}{2}$ ع$_1$ و$_2$ − $\frac{1}{2}$ ع$_2$ و$_1$

= $\frac{1}{2}$ و$_1$ (ع$_1$ − ع$_2$)

= $\frac{1}{2}$ و$_1$ (لا جب سر − ی جب سر)

= $\frac{1}{2}$ و$_1$ (لا − ی) جب سر

= $\frac{1}{2}$ و$_1$ و$_2$ جب سر

اسواسطے دونوں شکلون مین

ا = $\frac{1}{2}$ و$_1$ و$_2$ جب سر

اور لوگ ا = لوگ و$_1$ + لوگ و$_2$ + لوگ جب سر − لوگ ۲

صور عامہ ہم نے اوپر لکھی ہین وہ پیمائش مین دہات اور مواضعات اور احاطون کے مساحت مین چار مقام ا اور ب اور س اور د ایسی جگہہ مقرر کر لیے کہ اوسمین محال کا حصہ جسقدر ممکن ہو آجائے ۔ پہر وترون کو اور اونکے درمیانی زاویہ کو اور عمودون کو اور چارون ضلعون کو ناپ لیا اور اوپر کے صور عامہ سے رقبہ کا حساب لگا لیا

اب جو نتیجے حاصل ہونگے اونکے باہم مقابلہ کرنے سے پیمائش کی صحت کا امتحان بخوبی ہوجائیگا اور نیز خطوط ا ب اور ا س اور زاویہ ب ا س کے ناپ لینے سے ضلع ب س کی پیمائش کا حساب ہوسکتا ہے ۔ پس جو نتیجہ اسطرح سے نکلے اوسکو ب س کا طول پیمائش کرکے مقابلہ کرلو اسطرح سے پیمائش کی اصلی خطوط یعنی چارون ضلعون اور دونو وترون کی پیمائش کا امتحان صحت پہلے اسے کہ ہم رقبہ کا حساب لگائین ہوجائیگا

صورت سوم ۔ رقبہ کا بیان چارون ضلعون اور دو مقابل کے زاویون کی رقمون مین

فرض کرو کہ اضلاع ب س اور س د اور د ا اور ا ب بالترتیب طا اور طب اور طس اور طد سے تعبیر کیے جائین اور زاویے ا ب س اور س د ا معلوم ہون پس اول شکل مین

ا = $\frac{1}{2}$ طا طد جب ب + $\frac{1}{2}$ طب طس جب د

اور دوسری شکل مین ا = ½ طا طر جب − ½ طب طس جب (۳۶۰ − د)

لیکن جب (۳۶۰ − د) = − جب د

∴ ا = ½ طا طر جب + ½ طب طس جب د

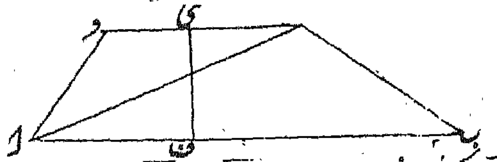
یہی صورت عامہ دونو صورتون کے لئے درست ہے

(۸) اب ہم ہر شکل مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ دریافت کرسکتے ہین کیونکہ وہ مثلثون مین تقسیم ہوسکتی ہے اور ان کا رقبہ بموجب اون قوانین عامہ کے جو اوپر بیان ہوئی دریافت ہوسکتا ہے۔ پس ان رقمون کا مجموعہ سطح مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ ہوگا۔ مگر اسے زیادہ آسان ترکیب ہم باب آئندہ مین لکھینگے

(۹) شکل ذوزنقہ کے رقبہ بیان کرنیکے لئے ایک جملہ دریافت کرو

حد شکل ذوزنقہ وہ چار ضلعے کی شکل ہے جسکے صرف دو مقابل کے ضلعے متوازی ہون

ہم نے یہہ مان لیا ہے کہ دو متوازی ضلعے اور انکے درمیان عمودی فاصلہ معلوم ہے



فرض کرو کہ ا ب س د ایک ذوزنقہ ہے اور ضلاع ا ب اور د س باہم متوازی ہین

ی ف عمود ا ب یا س د پر نکالو اور ا س ملاؤ

اور فرض کرو کہ ا ب = طا اور س د = طب اور ی ف = ع اور ا = شکل کے رقبہ

∴ ا = رقبہ △ ا ب س + رقبہ △ ا د س

= (ا ب × ی ف)/۲ + (د س × ی ف)/۲ بموجب دفعہ ۶ (۱)

= (ا ب + س د)/۲ × ی ف

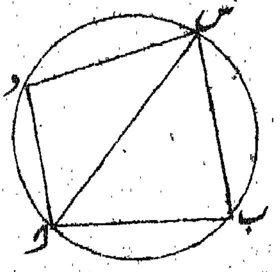
∴ ا = (طا + طب)/۲ ع

اور لوگ ا = لوگ (طا + طب) + لوگ ع − لوگ ۲

اس شکل مین وہ صورت بھی شامل ہے کہ جسمین اضلاع اد اور ب س مین سے کوئی ایک عمود ہو و اضلاع متوازیہ پر ہو - یہہ صورت باب آئیندہ مین بہت بکار آمد ہے

(١٠) دائرہ مین جو ذوار بعۃ الاضلاع کھینچے جائین اوسکے رقبہ کے بیان کرنے کے لئے ایک جملہ دریافت کرو (١) اضلاع اور ایک زاویہ کی رقمون مین

(٢) صرف اضلاع کی رقمون مین



صورت (١) فرض کرو کہ ا ب س د ایک چار ضلعے کی شکل دائرہ مین ہو ا س ملاؤ

فرض کرو کہ ب س = طا زاویہ ا کے مقابل ضلعون مین سے ایک ضلع ہو

س د = طب اور د ا = طس اور ا ب = طد

ا = ذوار بعۃ الاضلاع کے رقبہ کے

بحکم (٢٢ ش ٣م) زاویے ب اور د ملکر دو قائمون کے برابر ہین

اب ذوار بعۃ الاضلاع = رقبہ مثلث ا ب س + رقبہ مثلث ا س د

$\therefore$ ا = $\frac{\text{طا طد}}{٢}$ جب ب + $\frac{\text{طب طس}}{٢}$ جب د

لیکن ب + د = ک $\therefore$ د = ک - ب $\therefore$ جب د = جب ب

اس سے معلوم ہوا کہ ا = $\frac{\text{طا طد + طب طس}}{٢}$ جب ب

جب چارون ضلعے اور ایک زاویہ معلوم ہو تو ہم رقبہ دریافت کرسکتے ہین

صورت دوم - جب صرف ضلعے ہی معلوم ہون تو رقبہ دریافت کرنے مین اس کام کے لئے ہم کو

$\frac{\text{طا طد + طب طس}}{٢}$ جب ب

مین سے جب ب کو رفع کرنا چاہئے

فرض کرو کہ اس = لا تو علم مثلث کے موافق مثلث اس د سے ہم کو یہہ حاصل ہے کہ

لا^۲ = طب^۲ + طس^۲ − ۲ طب طس حم د

لیکن د = ک − ب ∴ حم د = − حم ب

∴ لا^۲ = طب^۲ + طس^۲ + ۲ طب طس حم ب

اور مثلث ا ب س سے

لا^۲ = طب^۲ + طس^۲ + ۲ طب طس حم ب

اور مثلث د ب س سے

لا^۲ = طا^۲ + طد^۲ − ۲ طا طد حم ب

∴ تفریق کرنے سے ۰ = طب^۲ − طا^۲ − طد^۲ + ۲ (طب طس + طا طد) حم ب

∴ حم ب = (طا^۲ − طب^۲ + طد^۲ − طس^۲) / ۲ (طا طد + طب طس)

اور جب^۲ ب = (۱ − حم^۲ ب) = (۱ + حم ب) (۱ − حم ب)

اب ۱ + حم ب = ۱ + (طا^۲ − طب^۲ + طد^۲ − طس^۲) / ۲ (طا طد + طب طس)

= ((طا^۲ + طد^۲ + ۲ طا طد) − (طب^۲ + طس^۲ − ۲ طب طس)) / ۲ (طا طد + طب طس)

= ((طا + طد)^۲ − (طب − طس)^۲) / ۲ (طا طد + طب طس)

= (طا + طد + طب − طس) (طا + طد + طس − طب) / ۲ (طا طد + طب طس)

اور ۱ − حم ب = ۱ − (طا^۲ − طب^۲ + طد^۲ − طس^۲) / ۲ (طا طد + طب طس)

= ((طب^۲ + طس^۲ + ۲ طب طس) − (طا^۲ + طد^۲ − ۲ طا طد)) / ۲ (طا طد + طب طس)

= ((طب + طس)^۲ − (طا − طد)^۲) / ۲ (طا طد + طب طس)

= (طب + طس + طا − طد) (طب + طس + طد − طا) / ۴ (طا طد + طب طس)

جملہ جب^۲ ب مین ۱ + جم ب اور ۱ − جم ب کی قیمتون کے رکھنے سے یہہ حاصل ہوتا ہے

جب^۲ ب = (طب + طس + طد − طا) (طا + طس + طد − طب) (طا + طب + طد − طس) (طا + طب + طس − طد) / ۴ (طا طد + طب طس)^۲

اب فرض کرو کہ ۲ ص = طا + طب + طس + طد

۲ (ص − طا) = طب + طس + طد − طا

۲ (ص − طب) = طا + طس + طد − طب

۲ (ص − طس) = طا + طب + طد − طس

۲ (ص − طد) = طا + طب + طس − طد

ان قیمتون کو جب^۲ ب کی جملہ مین درج کرنے سے اور جذر نکالنے سے یہہ حاصل ہوگا کہ

جب ب = ± ۲ √ (ص − طا) (ص − طب) (ص − طس) (ص − طد) / (طا طد + طب طس)

اب ہمکو مثبت علامت لینی چاہئے کیونکہ زاویہ ب دو قائمون سے کم ہے

∴ (طا طد + طب طس) / ۲ جب ب = √ (ص − طا) (ص − طب) (ص − طس) (ص − طد)

مگر داہنی طرف وہ جملہ ہے جو ہم نے رقبہ کی بیان کرنیکے لئے دریافت کیا تھا اس سے معلوم ہوا کہ

ا = √ (ص − طا) (ص − طب) (ص − طس) (ص − طد)

یہہ ایک جملہ اضلاع کی رقمون مین ہے

اس آخر جملہ مین یہہ خوبی ہے کہ اوسکا حساب لوگارثم سے اچھی طرح سے ہوسکتا ہے اور اوسکو کچھہ تعلق زاویون سے بھی نہین ہے اوس سے ہم کو یہہ حاصل ہوتا ہے کہ

۲ لوگ ا = لوگ (ص − طا) + لوگ (ص − طب) + لوگ (ص − طس) + لوگ (ص − طد)

نتیجہ صحیح فرض کرو کہ ذوالاربعۃ الاضلاع کا ایک ضلع فنا ہو کر مثلث اوسکو بناوے مثلاً ضلع د ب فنا ہو جاوے تو

طد = ۰ اور ۲ ص = طا + طب + طس

تو اوسکے رقبہ کے بیان کرنے کے لئے یہہ جملہ حاصل ہوگا کہ

(ص - ط) (ص - ط ب) (ص - ط س) ا ص

(۱۱) شکل کثیر الاضلاع منتظمہ کے رقبہ کے بیان کرنے کے لئے ایک جملہ دریافت کرو

(۱) اضلاع کی تعداد اور دائرہ بیرونی کے نصف قطر کی رقموں مین

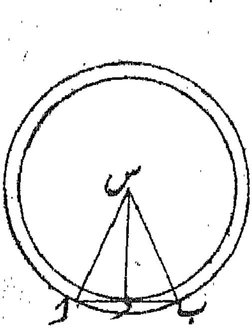
(۲) اضلاع کی تعداد اور دائرہ اندرونی کے نصف قطر کی رقموں مین

(۳) اضلاع کی تعداد اور ایک ضلع کے طول کی رقموں مین

کی رقموں مین دریافت کیا تہا (۳) مین مثلث کی رقبہ کے بیان کرنے کے لئے اضلاع

کثیر الاضلاع منتظمہ سے ہماری مراد وہ شکل کثیر الاضلاع ہے جسکے ضلعے آپسمین برابر ہون اور زاوئے بہی آپسمین برابر ہون یہہ ظاہر ہے کہ اگر کثیر الاضلاع منتظم کے کوئی سے دو زاوئے دو خطوط مستقیم سے تنصیف کئے جائین تو جس نقطہ پر یہہ خطوط ملینگے وہ نقطہ تمام اور زاویوں کے نقطوں سے برابر فاصلہ پر ہوگا اور سب بسیطی اضلاع نقاط وسط سے بہی برابر فاصلہ پر ہوگا

پس یہہ نقطہ اون دو دائرون کا مرکز ہوگا جنمین سے ایک تمام شکل منتظمہ کے نقاط زوایا پر گذرتا ہے اور دوسرا وہ جو سب اضلاع کو مس کرتا ہے پہلے دائرہ کو دائرہ بیرونی کہتے ہین اور دوسرے کو دائرہ اندرونی



شکل مین ا ب شکل منتظمہ کا ایک ضلع ہے اور اوسکا نقطہ وسط د ہے اور دونو دائرون کا مرکز مشترک س ہے

پس س ا = س ب اور س د عمود ا ب پر ہے اور زاویہ ا س ب جو مرکز پر ہے وہ ہر ایک ضلع کے سامنے ایک ہی ہے

فرض کرو کہ کثیر الاضلاع کے اضلاع کی تعداد ن ہے

اور طا ایک ضلع کا طول = ا ب

دائرہ بیرونی کا نصف قطر نق = ا س

دائرہ اندرونی کا نصف قطر نقَ = س د

اور کثیر الاضلاع کا رقبہ ا ہے

پس زاویہ ا س ب = $\frac{\text{۲ک}}{\text{ن}}$ اگر زاویہ بمقیاس قوسی پیمائش ہوا ورنہ = $\frac{\text{۳۶۰°}}{\text{ن}}$ ہے اگر درجون سے زاویہ ناپا جائے

صورت اول ـ کثیر الاضلاع کا رقبہ اضلاع کی تعداد اور دائرہ بیرونی کی نصف قطر کی رقمون مین

شکل سے یہہ ہمکو حاصل ہوتا ہے کہ

کثیر الاضلاع کا رقبہ = ن گنی رقبہ مثلث ا س ب کے

$= \text{ن} \, \frac{\text{ا س} \times \text{ب س}}{\text{۲}}$ جب ا س ب بموجب دفعہ ۶ (۲)

$\therefore$ ا = ن $\frac{\text{نق}^{\text{۲}}}{\text{۲}}$ جب $\frac{\text{۲ک}}{\text{ن}}$ یا ا = ن $\frac{\text{نق}^{\text{۲}}}{\text{۲}}$ جب $\frac{\text{۳۶۰°}}{\text{ن}}$

$\therefore$ لوگ ا = لوگ ن + ۲ لوگ نق + لوگ جب $\frac{\text{۳۶۰°}}{\text{ن}}$ − لوگ ۲

صورت دوم ـ کثیر الاضلاع کا رقبہ اضلاع کی تعداد اور دائرہ اندرونی کے نصف قطر کی رقمون مین شکل کو دیکھو تو یہہ معلوم ہوگا کہ

کثیر الاضلاع کا رقبہ = ن گنی رقبہ مثلث ا س ب

$= \text{ن} \, \frac{\text{ا ب} \times \text{س د}}{\text{۲}}$ بموجب دفعہ ۶ (۱)

= ن × ا د × س د

لیکن ا د = س د پس ا د = نقَ مس $\frac{\text{ک}}{\text{ن}}$ یا نقَ مس $\frac{\text{۱۸۰°}}{\text{ن}}$

$\therefore$ ا = ن نقَ$^{\text{۲}}$ مس $\frac{\text{ک}}{\text{ن}}$ یا ا = ن نقَ$^{\text{۲}}$ مس $\frac{\text{۱۸۰°}}{\text{ن}}$

اور لوگ ا = لوگ ن + ۲ لوگ نقَ + لوگ مس $\frac{\text{۱۸۰°}}{\text{ن}}$

صورت سوم - کثیر الاضلاع کا رقبہ اضلاع کی تعداد اور ایک ضلع کی طول کے رقموں میں

پہلی صورت کے موافق

کثیر الاضلاع کا رقبہ = ن × ا د × س د

اب ا د = $\frac{طا}{۲}$ اور س د = ا د مم ا س د

∴ س د = $\frac{طا}{۲}$ مم $\frac{ک}{۲}$ یا $\frac{طا}{۲}$ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$

ا = ن $\frac{طا^۲}{۴}$ مم $\frac{ک}{ن}$ یا ا = ن $\frac{طا^۲}{۴}$ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$

اور لوگ ا = لوگ ن + ۲ لوگ ا + لوگ مم $\frac{۱۸۰^\circ}{ن}$ − لوگ ۴

نتیجہ ظاہر ہے کہ کثیر الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ن × ا ب ہے

∴ مجموعہ اضلاع = ن طا یعنی ۲ ن نق جب $\frac{ک}{۲}$ یا ۲ ن نق مس $\frac{ک}{ن}$

(۱۲) منشور قائم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

حد منشور وہ شکل مجسمہ ہے کہ جسکو اون سطوح نے احاطہ کیا ہو کہ جنمیں سے دو سطحیں جو مقابل ہوں آپس میں متساوی اور متشابہ اور متوازی ہوں اور باقی سطوح متوازی الاضلاعین ہوں (۳ حد دو ہوا گیارہویں مقالہ کا) جب یہہ سطوح متوازی الاضلاع قائم الزاویہ ہوں تو ہم منشور کو منشور قائم کہا کرتے ہیں

فرض کرو کہ ا ب س د ی د ف ج ھ ک ل ایک منشور قائم ہے تو اوسکی سطح اطراف کا رقبہ مجموعہ قائم الزاویہ ا ج و ب ھ و س ک و د ل و ی ف کے رقبوں کا ہوگا

∴ رقبہ = ا ب × ب ج + ب س × س ھ + س د × د ک + د ی × ی ل + ی ا × ا ف

= (ا ب + ب س + س د + د ی + ی ا) ا ف

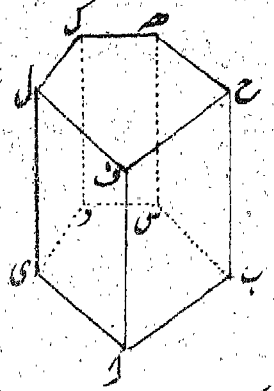
∵ ب ج اور س ھ اور د ک اور ی ل میں سے ہر ایک برابر ا ف کے ہے

لیکن ا ب + ب س + س د + د ی + ی ا = قاعدہ کا مجموعہ اضلاع یعنی محیط اسکے

اور ا ف = ارتفاع منشور

رقبہ سطح اطراف = قاعدہ کا مجموعہ اضلاع × ارتفاع

اور اگر ہم کو منشور کی کل سطح کا



رقبہ دریافت کرنا ہو تو ہم کو دونو سرون کے رقبون کو سطح اطراف کے رقبہ پر زیادہ کرنا چاہئے اور چونکہ یہہ دونو سرے آپسمین برابر ہین اسلئے وہ ایک سرے کے رقبے کے دوچند ہین

فرض کرو کہ ا = ایک سرے کے رقبہ کے

ع = قاعدہ کے مجموعہ اضلاع

ھ = ارتفاع یا طول منشور کے

ص = کل سطح کے رقبہ کے

∴ ص = ۲ ا + ع ھ

یہی نتیجہ سب صورتون مین خواہ منشور کے کتنے ہی اضلاع ہون حاصل ہوگا

(۱۳) منشور مائل کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

حل دفعہ گذشتہ کی شکل مین منشور کے کنارون کو یہہ فرض کرلین کہ وہ قاعدہ پر مائل ہین تو اس جسم کو منشور مائل کہینگے اور اشکال ا ح اور ب ھ وغیرہ متوازی الاضلاع ہونگے جنکا طول مشترک برابر ا ف کے ہوگا

اب اگر ہم یہہ فرض کرین کہ ایک سطح ا ف پر عمود منشور کو تراشتی ہے تو یہہ ظاہر ہے کہ منشور کی سطح اطراف کا رقبہ برابر اس تراش کے مجموعہ اضلاع اور طول ا ف کے حاصل ضرب کے برابر ہوگا

اس سے معلوم ہوا کہ صورت عامہ

ص = ۲ ا + ع ھ ہے

جسمین ع مجموعہ اضلاع تراش کا ہو کل سطح منشور مائل کا رقبہ دریافت ہوگا

(۱۴) منشور ناقص کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

حد اگر ایک منشور کا حصہ دو سطحون سے جو ایک دوسرے پر کسی زاویہ مائل ہون قطع کیا جائے تو اس مجسم مقطوعہ کو منشور ناقص کہتے ہین

دفعہ ۱۲ کی شکل منشور ناقص کی شکل کو تبلا دیگی اگر ہم یہہ فرض کر لین کہ سطوح اب جی اور ف ح ل ایک دوسرے پر مائل ہین یعنے متوازی نہین ہین

تمام شکلین اح اور ب ن وغیرہ ذوزنقہ ہونگین اور اگر ھص۱ وھص۲ وھص۳ وھص۴ وھص۵ کنارون کے طول بہ ترتیب اب س د ی کے ہون اور اف سے شروع ہوتے ہون اور ع۱ وع۲ وع۳ وع۴ وع۵ اضلاع تراش مقطوعہ کے محیط کے ہون اور اف سے شروع ہوتے ہون تو

سطح اطراف کا دوچند رقبہ = ع۱ (ھص۱ + ھص۲) + ع۲ (ھص۲ + ھص۳) + ع۳ (ھص۳ + ھص۴)

+ ع۴ (ھص۴ + ھص۵) + ع۵ (ھص۵ + ھص۱)

پس اس سے یہہ قاعدہ اخذ ہوتا ہے کہ تراش کی احاطہ کے ہر ایک ضلع کو اون دو کنارون کے مجموعہ مین جنپر وہ ختم ہوتا ہے ضرب دو تو ان حاصلضربون کا مجموعہ دوچند رقبہ ہوگا

یہی قاعدہ تمام منشور ناقص کے لئے ہے خواہ اونکے کتنے ہی ضلعے ہون

نتیجہ اگر تراش کوئی شکل منتظمہ ن اضلاع کی ہو تو منشور ایک منشور منتظمہ ہوگا اور تراش کا مجموعہ اضلاع یعنے محیط س ہو تو ع۱ و ع۲ وغیرہ مین ہر ایک کی مقدار برابر س/ن کے ہوگی

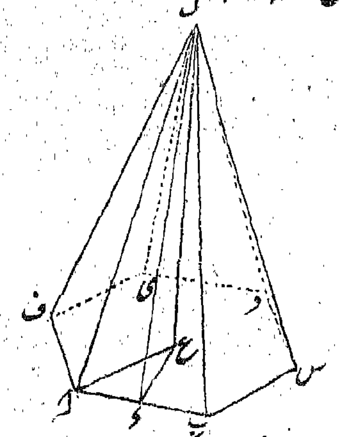
∴ سطح اطراف کا رقبہ = س × (کنارون کے مجموعہ / ن)

اور مقدار (کنارون کا مجموعہ / ن) کو منشور ناقص کا اوسط طول کہتے ہین یہہ وہ خط مستقیم ہے کہ کنارون کا متوازی ہے اور تراش کے مرکز پر گذرتا ہے اور مجسم کے دونو مائل سرون پر ختم ہوتا ہے اسکو اکثر محور مجسم بھی کہتے ہین

(۱۵) ایک مخروط منتظم کی سطح کا رقبہ دریافت کرو

حد ۱ مخروط اوس شکل مجسمہ کو کہتے ہین کہ وہ مستوی مثلثون سے گہرا ہوا ور ان سب مثلثون کا راس مشترک ہوا ور اونکے قاعدون سے ایک کثیر الاضلاع مستوی بنتی ہو

حد ۲ مخروط منتظم وہ مخروط ہے کہ اوسکو برابر متساوی الساقین مثلثون نے گہیرا ہوا ور انکے قاعدون سے ایک شکل کثیر الاضلاع منتظمہ بنتی ہو



فرض کرو کہ ا ب س د ی ف قاعدہ ہوا ور مخروط منتظم کا راس ک ہو تو تمام مثلث ا ک ب اور ب ک س اور س ک د وغیرہ ہما ایک دوسرے کے برابر ہین اور مخروط کے سطح کا رقبہ برابر ان تمام مثلثون کے رقبون کے مجموعہ اور قاعدہ کے رقبہ کے ہوگا

ا ب کو ی پر تنصیف کرو اور ک ی ملاؤ تو

مثلث ا ک ب کا رقبہ = (ا ب × ی ک) / ۲

پس مخروط کے سطح مائل کا رقبہ = (ی ک / ۲) (ا ب + ب س + س د + د ی + ی ف + ف ح)

= (ی ک / ۲) × مجموعہ اضلاع قاعدہ

فرض کرو کہ ا = سطح قاعدہ

ع = مجموعہ اضلاع قاعدہ

ھ = ی ک

س = کل سطح کے رقبہ

∴ س = ا + (ع ھ / ۲)

یہی نتیجہ حاصل ہوگا خواہ مخروط کے کتنے ہی اضلاع ہون

ی ک کو مخروط کا ارتفاع مائل کہتے ہین اور ک ع کو جو عمود قاعدہ پر ہے ارتفاع عمودی

(۱۴) مخروط منتظمہ جو قاعدہ کے متوازی سطح سے قطع ہو کر ناقص بنایا جائے اوسکی سطح کا رقبہ دریافت کرو

اس مجسم مین قاعدہ اور اوپر کا سر اکثیر الاضلاع منتظمہ ہونگین اور جو رخ کہ مائل ہین وہ متشابہ اور متساوی ذوزنقہ ہونگے

فرض کرو کہ مخروط ناقص کا ارتفاع مائل ھ ہو اور اضلاع کی تعداد ن ہو اور قاعدے اور سر کے مجموعہ اضلاع ع اور عَ ہوں

∴ ہر ایک رخ کا ۲ رقبہ = ھ (ع/ن + عَ/ن)

∴ ہر ایک سطح مائل کا ۲ رقبہ = ھ (ع + عَ)

نتیجہ اگر قاعدے اور سر کے رقبے ق۱ اور ق۲ ہوں تو

کل سطح کا رقبہ = ق۱ + ق۲ + ھ/۲ (ع + عَ)

جب مخروط غیر منتظمہ ہو تو ہم سطح کا رقبہ اسطرح دریافت کر سکتے ہین کہ اون مثلثوں کا رقبے جو مخروط کو احاطہ کرتے ہین دریافت کر کے جمع کرین اور اسی طرح ناقص مخروط غیر منتظمہ کی سطح دریافت کرین

سوالات اور مثالین

(۱) مصر کے مینار اعظم کا قاعدہ مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۷۶۴ فیٹ تو بتاؤ وہ کس قدر ایکڑ زمین پر بنا ہوا ہے

بموجب دفعہ ۳ یا ۴ کے

رقبہ = ۷۶۴ × ۷۶۴ = ۵۸۳۶۹۶ مربع فیٹ

= ۶۴۸۵۵ مربع گز ۱ مربع فٹ

= ۲۱۴۳ مربع پول ۹ مربع گز ۱ مربع فیٹ

= ۵۳ روڈ ۲۳ مربع پول ۲۹ مربع گز ۱ مربع فٹ

= ۱۳ ایکڑ ۱ روڈ ۲۳ مربع پول ۲۹ مربع گز ۱ مربع فٹ

(۲) ایک تکونہ کہیت کی اضلاع ۱۳۲٫۱۳ اور ۳۳٫۹۶ اور ۴۸٫۳۹ کڑیاں ہین

تو بتاؤ کہیت مین کے ایکڑ زمین ہے

بموجب دفعہ ۶ صورت (۳۰) کے

رقبہ = √(ص (ص - طا) (ص - طب) (ص - طس))

∴ ۲ لوگ رقبہ = لوگ ص + لوگ (ص - طا) + لوگ (ص - طب) + لوگ (ص - طس)

یہان ۲ص = ۳۲٫۱۳ + ۳۴٫۹۶ + ۴۷٫۳۹ = ۱۱۴٫۴۸

∴ ص = ۵۷٫۲۴ اور (ص - طا) = ۲۵٫۱۱ اور ص - طب = ۲۳٫۲۸ اور ص - طس = ۸٫۸۵

∴ لوگ ص = لوگ ۵۷٫۲۴ = ۱٫۷۵۷۶۹۹۶

لوگ (ص - طا) = لوگ ۲۵٫۱۱ = ۱٫۳۹۹۸۴۶۷

لوگ (ص - طب) = لوگ ۲۳٫۲۸ = ۱٫۳۶۶۹۸۳۰

لوگ (ص - طس) = لوگ ۸٫۸۵ = ۰٫۹۴۶۹۴۳۳

∴ ۲ لوگ رقبہ = ۵٫۴۷۱۴۷۲۶

∴ لوگ رقبہ = ۲٫۷۳۵۷۳۶۳

اور بموجب جدول لوگارثمی لوگ ۵۴۴٫۱۷ = ۲٫۷۳۵۷۳۴۶

اسواسطے فرق = ۰٫۰۰۰۰۰۱۷

اور نیز فرق = ۰٫۰۰۰۰۰۸۰

اسواسطے اول دو ہندسے ۱۷/۸۰ ہین یعنی ۲۱ ہین

اسسے معلوم ہوا کہ رقبہ = ۵۴۴٫۱۷۲۱ مربع کڑی

= ۵۴ ایکڑ ۴٫۱۷۲۱ مربع کڑی

جو کچھہ اوپر لکھا ہے وہ حساب ایسا درست ہے کہ اوسمین ایک مربع کڑی سے کم ہے اصلی جواب کے فرق رہتا ہے

اور اگر ہم یہہ چاہین کہ مربع کڑی کے دسوین حصے سے بھی کم فرق اصلی جواب سے رہے تو ہم اول دو ہندسے اوڑا دیتے ہین اور جواب مین ۵۴ ایکڑ ۴٫۲ مربع کڑی لکھتے ہین

(۳) ایک ذوار بعۃ الاضلاع احاطہ کے وتر ۱۷،۲۱ اور ۲۴،۳۲ کڑی ہین اور اونکے درمیان زاویہ ۳۹° ۱۴' ہے تو اس احاطہ کا رقبہ ایسا دریافت کرو کہ اوسمین ایک ایکڑ کے سوین حصے سے بہی اصل جواب سے کم فرق ہو

بموجب دفعہ ۷ صورت (۲) یہہ صورت عامہ ہمکو معلوم ہے کہ

لوگ رقبہ = لوگ و₁ + لوگ و₂ + لوگ جب بر − لوگ ۲

∴ لوگ رقبہ = لوگ و₁ + لوگ و₂ + لوگ جب بر − ۱۰ − لوگ ۲

جب بر کی جدولی لوکارثم لکہی ہے یعنی اصلی لوکارثم پر ۱۰ زیادہ کردئے ہین

یہان لوگ و₁ = لوگ ۱۷،۲۱ = ۱،۲۳۵۷۸۰۹

لوگ و₂ = لوگ ۲۴،۳۲ = ۱،۳۸۵۹۶۳۶

لوگ جب بر = لوگ جب ۳۹° ۱۴' = ۹،۸۰۱۰۴۶۸

− ۱۰ − لوگ ۲ = ۰،۳۰۱۰۳۰۰ − ۱۰

∴ لوگ رقبہ = ۲،۱۲۱۷۶۱۳

اور جدول لوکارثمی سے لوگ ۱۳۲،۳۶ = ۲،۱۲۱۷۵۶۸

∴ رقبہ = ۱۳۲،۳۶ مربع کڑی = ۱۳،۲۳۶ ایکڑ

پس رقبہ = ۱۳،۲۴ ایکڑ دوسرے اعشاریہ تک یعنی ایکڑ کی سوین حصے تک درست ہے

(۴) ایک مثمن منتظم کا رقبہ دریافت کرو جسکے ہر ایک ضلع کا طول ایک پیمانہ واحد ہے

اس مطلب کے واسطے ہم صورت عامہ دفعہ ۱۱ (۳) لیتے ہین کہ

ا = ن ط²/۴ حم ۱۸۰°/ن

یہان ن = ۸ اور ط = ۱ اسیواسطے

۱۸۰°/ن = ۱۸۰°/۸ = ۴۵°/۲

∴ ا = ۲ حم ۴۵°/۲

اب مم² $\frac{۴۵°}{۲}$ = $\frac{۱ + جم ۴۵°}{۱ - جم ۴۵°}$ = $\frac{\frac{۱}{\sqrt{۲}} + ۱}{\frac{۱}{\sqrt{۲}} - ۱}$ = $\frac{۱ + \sqrt{۲}}{۱ - \sqrt{۲}}$ = $(۱ + \sqrt{۲})^2$

∴ مم $\frac{۴۵°}{۲}$ = $\sqrt{۲}$ + ۱ = ۲٫۴۱۴۲۱۳۶

∴ ا = ۲ × ۲٫۴۱۴۲۱۳۶ = ۴٫۸۲۸۴۲۷۲

یہی نتیجہ لوکارثم کے ذریعہ سے اس صورت عامہ سے حاصل ہوتا ہے کہ

لوگ ا = لوگ ۲ + لوگ مم ۲۲° ۳۰′ − ۱۰

آخر مین جو عددی قیمت دریافت ہوئی ہے اوسے ہم کسی اور مثمن کا بہی رقبہ دریافت کر سکتے ہین اگر ہمکو اوسکے ایک ضلع کا طول معلوم ہو ہو اسلئے کہ اگر ضلع کا طول طا ہو تو رقبہ بموجب صورت عامہ کے جو اوپر لکہی ہے (۴٫۸۲۸۴۲۷۲) طا² ہوگا

اور اس ماحصل کی یہہ وجہ بہی ہو سکتی ہے کہ متشابہ کثیر الاضلاعون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ مین نسبت مثناۃ بالتکریر ہوتی ہے

پس اگر ایک مثمن کا ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہو تو اوسکا رقبہ ۱۰² یعنے ۱۰۰ اگنا اوس مثمن سے ہوگا جسکا ضلع ایک فٹ ہے اسواسطے اوسکا رقبہ ۴۸۲٫۸۴۲۷۲ مربع فیٹ ہوگا

اسسے ظاہر ہوتا ہے کہ اگر ہم اون منتظم کثیر الاضلاعون کے رقبون کی جدول بنا دین جنکے اضلاع طول کے پیمانہ واحد ہون تو نہایت فائدہ ہوگا

اگر طالب علم اول دس کثیر الاضلاع منتظم جسکا ہر ایک ضلع طول کا پیمانہ واحد ہو لیکر رقبو نکا حساب کرین تو یہہ جدول آسانی سے مرتب ہو جائیگی

تعداد ضلاع	نام کثیر الاضلاع	رقبہ جب ضلع = ۱
۳	مثلث متساوی الاضلاع	۰٫۴۳۳۰۱۲۷
۴	مربع	۱٫۰۰۰۰۰۰۰
۵	مخمس	۱٫۷۲۰۴۷۷۴
۶	مسدس	۲٫۵۹۸۰۷۶۲

تعداد اضلاع	نام کثیر الاضلاع	رقبہ جب ضلع = ۱
۷	مسبع	۳،۶۳۳۹۱۲۴
۸	مثمن	۴،۸۲۸۴۲۷۱
۹	متسع	۶،۱۸۱۸۲۴۲
۱۰	معشر	۷،۶۹۴۲۰۸۸
۱۱	ذو احد عشری اضلاع	۹،۳۶۵۶۳۹۹
۱۲	ذو اثنا عشری اضلاع	۱۱،۱۹۶۱۵۲۴

اس جدول مین مسبع اور متسع اور ذو احد عشری اضلاع کے رقبون کا حساب لوگارثم سے بہت آسانی سے نکال سکتے ہین اور باقی رقبون کا حساب مقادیر اصم سے ہو سکتا ہے فقط

$\frac{۲ک}{۱۸}$ اور $\frac{۳ک}{۱۸}$ اور $\frac{۵ک}{۱۸}$ دریافت کرنا پڑتا ہے

(۵) اگر کثیر الاضلاع منتظم جسکے جفت اضلاع ہون اوسکے اضلاع متبادل خارج کئے جائین اور اوس سے ایک کثیر الاضلاع منتظم ایسی بنائی جائے جسکے ضلعون کی تعداد پہلے کثیر الاضلاع کی تعداد اضلاع سے نصف ہو تو اسکا رقبہ کثیر الاضلاع معلوم کے رقبہ کی رقمون مین بیان کرو

فرض کرو کہ کثیر الاضلاع منتظم ۲ن اضلاع کا رقبہ ا ہے

اور " ن اضلاع کا رقبہ $ا_۱$ ہے

ظاہر ہے کہ دونو کثیر الاضلاعون مین دائرہ اندرونی ایک مشترک ہوگا فرض کرو کہ اوسکا نصف قطر نق ہے

$$\therefore ا = ۲ن\,لو^۲\,مس\,\frac{ک}{۲ن} \quad \text{اور} \quad ا_۱ = ن\,لو^۲\,مس\,\frac{ک}{ن} \quad \text{بموجب فقرہ ۱۱ (۲)}$$

$$\therefore \frac{ا_۱}{ا} = \frac{مس\,\frac{ک}{ن}}{۲\,مس\,\frac{ک}{۲ن}} = \frac{۲\,مس\,\frac{ک}{۲ن}}{۲\,مس\,\frac{ک}{۲ن}\left(۱ - مس^۲\,\frac{ک}{۲ن}\right)}$$

$$\therefore \frac{ا_۱}{ا} = \frac{۱}{۱ - مس^۲\,\frac{ک}{۲ن}} = \frac{جم^۲\,\frac{ک}{۲ن}}{جم^۲\,\frac{ک}{۲ن} - جب^۲\,\frac{ک}{۲ن}} = \frac{جم^۲\,\frac{ک}{۲ن}}{جم\,\frac{ک}{ن}}$$

اس سے معلوم ہوا کہ $ا_۱ = \frac{حم^۲ ک}{۲ \, تر ن} \, ا_۲$

پس اگر ن = ۳ تو $ا_۱ = \frac{حم^۲ ک}{حم^۲ \frac{ک}{۳}} \, ا_۲ = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۱}{۲}} \, ا_۲ = \frac{۳}{۲} \, ا_۲$

یعنی مثلث متساوی الاضلاع جو مسدس کے اضلاع متبادلہ کے کھینچنے سے پیدا ہوتا ہے وہ مسدس سے بقدر اوسکے نصف کے زیادہ بڑا ہوتا ہے یعنی مسدس سے ڈیوڑھا ہوتا ہے

(۶) ایک مخروط ناقص مسدسی کے قاعدہ کا رقبہ اوسکے سر کے رقبہ سے دوچند ہے اور سکا مجموعہ اضلاع ۶ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۹ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو

بموجب دفعہ ۱۶ کے نتیجہ کے

$$\text{کل سطح کا رقبہ} = ا_۱ + ا_۲ + \frac{ص}{۲}\,(ع + ع')$$

یہاں $ا_۱ = ۲ \, ا_۲$ ∴ $ع'^۲ = ۲ \, ع^۲$ یعنے $ع' = ع \sqrt{۲}$

$$\therefore \text{رقبہ} = ۳ \, ا_۲ + \frac{ص ع}{۲}\,(۱ + \sqrt{۲})$$

اور $ا_۲ = \frac{ن \, ط^۲}{۴} \, حم \frac{۱۸۰^\circ}{ن} = \frac{۶}{۴} \, حم \, ۳۰^\circ = \frac{۳}{۲} \sqrt{۳}$

اور ص = ۹ اور ع = ۶

$$\therefore \text{رقبہ} = \frac{۹}{۲} \sqrt{۳} + ۲۷\,(۱ + \sqrt{۲})$$

$$= \frac{۹}{۲} \times ۱٫۷۳۲ + ۲۷ \times ۲٫۴۱۴۲$$

= ۷۲٫۹۸ مربع فیٹ

= ۷۲ مربع فیٹ ۱۴۱٫۱۲ مربع انچ

(۷) مستطیل کمرہ کے فرش کا طول اور عرض ۴۰ فیٹ و ۲۰ فیٹ تو بتاؤ اوسمیں کتنے مربع گز ہونگے

جواب ۸۸ م گز ۲ م فیٹ

(۸) ایک مستطیل کھیت کی اضلاع ۱۲٫۲۵ اور ۸٫۵۰ کڑی اوسکا رقبہ دریافت کرو

جواب ۱۰ ایکڑ ۱ روڈ ۲۶ م پول

(۹) ایک مربع صحن کا قطر ۳۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ مربع گزوں میں دریافت کرو

جواب ۵۰۰۰ م گز

(۱۰) ایک کہیت مربع ہی اوسکا رقبہ ۱۳ ایکڑ ۲۵ ء ۱۰ مربع پول ہے ضلع کا طول اور قطر کا طول دریافت کرو جواب ضلع = ۶۲۵ ء ۱۷ اکڑی

(۱۱) ایک قائم الزاویہ قطعہ زمین ہے جسکے اندر گہاس بچھانے مین ۱۸ روپیہ بحساب ۳ پائی فی مربع گز کے صرف ہوئے ہین اور اوسکے اضلاع مین نسبت ۲ : ۳ ہے تو اضلاع کا طول دریافت کرو جواب ۲۴ اور ۳۶ گز

(۱۲) ایک سبزہ زار قائم الزاویہ ہی اور اوسکے اضلاع ۴۰ گز اور ۳۰ گز ہین اوسکے گرداگرد ایک عرض کی سڑک بنی ہوئی ہے تو بتاؤ اس سڑک کا کیا عرض ہوگا جسکا رقبہ تین دسوین حصہ سبزہ زار کے رقبہ کا ہے جواب ۱۰ فیٹ ۴ ء ۲ انچ

(۱۳) ایک کمرہ ۴۰ فیٹ طول مین ۲۲ فیٹ عرض مین ۱۵ فیٹ بلندی مین ہے اوسکے ایک طرف چار دروازے ہین جنمین سی ہر ایک ۷ فیٹ چوڑا اور ۱۳ فیٹ بلند ہی اور دو دروازے ہین اور جنمین سی ہر ایک ۴ فیٹ ۹ انچ چوڑا اور ۸ فیٹ بلند ہی اور دو آتش دان ہین ہر ایک ۵ فیٹ ۸ انچ چوڑا اور ۳ فیٹ ۱۰ انچ بلند ہے اگر دیوارون پر سفیدی کرائی جاے اور کارنس کی بلندی ایک فٹ اور لگون کی بلندی ۱۵ انچ حساب مین لگائی جاے تو بتاؤ کل سفیدی کتنے مربع گز ہوگی جواب ۱۰۸۹ مربع گز ۱ مربع فٹ

(۱۴) ایک متوازی الاضلاع کا ضلع ۳۰۰ فیٹ ہی اور عمود مقابل کے ضلع سی ۱۹۰ فیٹ ہے مربع گزون مین رقبہ دریافت کرو جواب ۳۳ ء ۶۳۳۳

(۱۵) ایک متوازی الاضلاع بہی برابر متوازی الاضلاعون مین اوسی طرح تقسیم ہو سکتی ہے جسطرح سطح قائم الزاویہ برابر قائم الزاویون مین صفحہ ۳ مین تقسیم ہوئی ہے اور ان متوازی الاضلاعون کی تعداد بہی اون اعداد کے حاصلضرب سے تعبیر ہوسکتی ہے جو اضلاع متصلہ کے طولونکی پیمانہ واحد کے تعداد کو تعبیر کرتے ہین پہر کیسو ہی سطح متوازی الاضلاع کو رقبہ کا پیمانہ واحد نہین قرار دیتے

(۱۶) متوازی الاضلاع کی اضلاع ۱۰٫۶۲ اور ۱۵٫۳۵ گز ہاں ہیں اور اونکے درمیان زاویہ ۳۰° ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۸٫۱۵۶ ایکڑ

(۱۷) متوازی الاضلاع کی اضلاع ۲۰ اور ۳۰ فیٹ ہیں اور رقبہ ۴۵۰ مربع فیٹ ضلعوں کے درمیان زاویہ دریافت کرو جواب حتا ¾ یا ۴۸° ۳۵′ اور ۱۳۱° ۲۵′ کے درمیان

(۱۸) ایک کھیت جسکے ضلعے سب برابر ہیں اوسکے وتر ۳۰ اور ۴۰ کڑی ہیں اونکا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۰ ایکڑ

(۱۹) ایک معین کے اضلاع ۲۱ فیٹ ۳ انچ ہیں اور چھوٹا زاویہ ۵۳° ۲۰′ ہے مربع گزوں میں رقبہ دریافت کرو جواب ۴۰٫۲۲۳۲

(۲۰) ایک متوازی الاضلاع کے اوتار ۲۵ اور ۳۰ فیٹ ہیں اور اونکا رقبہ ۳۲۵ مربع فیٹ ہے تو ثابت کرو کہ وتروں کے درمیان زاویہ ۶۰° کے قریب قریب ہے

(۲۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۷ فیٹ اور ارتفاع ۸ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۳ م گز ۱ م فیٹ

(۲۲) ایک ترکون کھیت کے دو ضلعے ۴ اور ۵ جریب ہیں اور اونکے درمیان زاویہ قائمہ ہے اونکا رقبہ دریافت کرو جواب ایک ایکڑ

(۲۳) مثلث کے دو ضلعے ۲۵ اور ۲۱٫۲۵ جریب ہیں اور اونکے درمیان زاویہ ۴۵° ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۸ ایکڑ ۳ روڈ ۵ مربع پول

(۲۴) کسی مثلث متساوی الاضلاع کا ہر ایک ضلع ۲۱ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۹۱٫۱ م فیٹ

(۲۵) کسی مثلث متساوی الاضلاع کا مجموعہ اضلاع ۲۰۰ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو
جواب ۱۹۲۴٫۵ مربع فیٹ

(۲۶) اگر مثلث متساوی الاضلاع کا ارتفاع ع ہو تو ثابت کرو کہ اوسکا رقبہ $\frac{ع^2}{\sqrt{3}}$ ہے

(۲۷) ایک ترکون کھیت کی اضلاع ۳۰ اور ۳۱ اور ۴۰ کڑی ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو
جواب ۲۹ ایکڑ ۷ مربع پول

(۲۸) ایک ترکون کھیت کی ضلاع ۹۴ اور ۲۵۰٫۱۵ اور ۲۵٫۶۹ گڑیان ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو
جواب ۱۶۱ ایکڑ ۳ روڈ ۳۷ مربع پول

(۲۹) مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۴۰ فیٹ ہی اور زاویہ راس ۱۲° ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

(۳۰) مثلث کا رقبہ ۲۰٫۸۶۹ مربع فیٹ ہی ایک زاویہ ۴۵° ہے اور اس زاویہ کا ایک ضلع ۲۵ فیٹ ہے
دوسرا ضلع دریافت کرو جواب ۲۱٫۲۵ فیٹ

(۳۱) ایک ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر ۷۰ فیٹ ہی اور عمود جو اوسپر نکالے جائین اونکا مجموعہ
۲۴ فیٹ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۸۴۰ مربع فیٹ

(۳۲) ایک ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر جو اوسے باہر واقع ہوتا ہے ۷۰ فیٹ ہی اور اوسپر جو
عمود نکالے جائین اونکا فرق ۱۶ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۵۶۰ م فیٹ

(۳۳) کسی ذوار بعۃ الاضلاع کا وتر ۱۳۲ فیٹ ہی اور اوسکے مقابل زاویون سے جو عمود نکالے
جائین ۱۰۸ اور ۱۷٫۳ فیٹ ہین مربع گزون مین رقبہ دریافت کرو (۱) اول وتر کو شکل کے
اندر اور دوم شکل سے باہر فرض کرکے جواب (۱) ۹۰۲۱ مربع فیٹ (۲) ۲۰۸۶۵ مربع فیٹ

(۳۴) ذوار بعۃ الاضلاع کے وتر ۳۰ اور ۴۰ گڑیان ہین اور دو ایک دوسرے کو ۴۵° کے زاویہ پر قطع
کرتے ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۴۴ ایکڑ ۲ روڈ ۱۴ مربع پول

(۳۵) ایک چوکونے کھیت کے وتر ۲۱٫۸۱ اور ۲۰٫۳۳ گڑی ہین اور اونکے درمیان زاویہ
۴۰° ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۴٫۳۴۴ ایکڑ

(۳۶) ایک ذوار بعۃ الاضلاع کے وتر ۳۰۵ اور ۲۰۸ ہین اور اونکے درمیان زاویہ ۵۵° ہے
اور بڑے وتر پر جو عمود نکالین وہ ۷۹ اور ۹۱٫۴ ہین تو ان دونو معلوم مقداروں سے جدا جدا
رقبہ کا حساب کرو

(۳۷) ایک چوکونے کھیت کا ایک ضلع ۱۱٫۱ گڑی اور مقابل کے کونون سے جو عمود نکالی جائین وہ
۳٫۵۲ اور ۵٫۹۵ گڑی ہین اور ایک عمود کا موقع ضلع معلوم کے ایک سرے سے ۱۱ گڑی کے فاصلہ پر ہے

اور دوسرے عمود کا موقع ۳۶۵ء۲۵ کڑی کے فاصلہ پر دوسرے سرے سی رقبہ دریافت کرو

جواب ۴۷۲۸۶ ایکڑ

(۳۸) ایک ذوار بعۃ الاضلاع کی ضلاع ۳۴۳ اور ۳۰۵ء۹ اور ۱۳۲ء۲ اور ۱۸۷ فیٹ ہین اور اول اور دوم کے درمیان اور آخر دو کے درمیان ۸ ۴۷ اور ۵۵ ۱۵ ہین اوسکا رقبہ دریافت کرو

جواب ۱۶۸۰۶ فیٹ

(۳۹) اگر ذوار بعۃ الاضلاع کے چارون ضلعے معلوم ہون اور زاویون مین سے ایک زاویہ معلوم ہو تو ثابت کرو شکل تشخیص ہو جائیگی جب یہہ معلوم ہو گا کہ مقابل کا زاویہ بڑا یا چھوٹا دو قائمون سے ہی

(۴۰) ذوار بعۃ الاضلاع کی کہیت کے ضلاع بالترتیب ۶۵۰ اور ۶۹۶ اور ۱۴۸۱ اور ۳۴۳ کڑیان ہین زاویہ اول دو کے درمیان ۳۵ ۱۰ ہے اور مقابل کا زاویہ دو قائمون سے چھوٹا ہے کہیت کا رقبہ دریافت کرو

جواب ۶۱۱۲۲۸ مربع کڑی

(۴۱) ایک چوکونے کہیت کے تین ضلاع بالترتیب ۲۳ء۴ اور ۱۹ء۷۵ اور ۲۰ء۵ کڑیان ہین اور دوسرے اور تیسرے ضلع کے درمیان زاویہ ۲۳ء۷ ہے اور مقابل کا زاویہ ۸۷ ۳۰ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۴ء۳۱۵ ایکڑ

(۴۲) ایک مخمس کے اضلاع بالترتیب ۱۰۰ و ۱۳۰ و ۱۹۷ و ۱۳۳ و ۹۴ فیٹ ہین اور دو اوتار جو اول و آخر ضلع کے نقطہ تقاطع سے ناپے گئے ہین ۲۰۹ اور ۱۹۳ فیٹ ہین لپس شکل کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۰۹۰ء۳ مربع گز

(۴۳) ذو ذنقہ کے متوازی الاضلاع ۷ء۵ اور ۴ء۲۵ ۱۳ کڑیان ہین اور عمود ۱۵ء۴ جریب اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۵ ایکڑ ۳ مربع پول

(۴۴) کسی ذو ذنقہ کے ضلاع متوازی ۵۵ اور ۷۷ فیٹ ہین اور اضلاع ۳۵ اور ۳۱ فیٹ اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۵۹۰ء۶ مربع فیٹ

(۴۵) کسی ذو ذنقہ کے ضلاع ۳۹ اور ۵۶ گز ہین اور دو ضلعے جو بڑے ضلعے کی ساتھ

زاویے بناتے ہین ۴۵° اور ۷۰° ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۵۸، ۴۸۹ مربع گز

(۴۶) ایک ذوزنقہ کی تنصیف اسطرح ایک خط مستقیم سے کرو کہ تنصیف کیے اولاخط اضلاع متوازی مین سے بڑی ضلع کے کسی نقطہ پر اور مقابل کے نقاط زوایا مین سے کسی ایک نقطہ پر گذرے جواب اگر ضلع کے ایک طرف سے نقطہ کا فاصلہ لا ہو تو لا = (طا + طب)/۲ اور طا اور طب طول اضلاع متوازیہ ہین

(۴۷) اگر ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ کا طول ل اور اونکا فاصلہ صرف معلوم ہو تو ثابت کرو کہ یہہ ل سوا کر اوسکی تنصیف ایک خط سے ہو اوسکے اضلاع متوازیہ پر عمود ہو غیر المعین ہو جائیگا

(۴۸) ایک قائم الزاویہ تختہ ۱۲ فیٹ لنبا اور ۴ فیٹ چوڑا ہے اوسمین سے ایک ذوزنقہ جسکے اضلاع متوازیہ مین نسبت ۳ : ۴ ہو قطع ہوا ہے تو بتاؤ اضلاع متوازیہ کا کیا طول ہو کہ اوس ذوزنقہ کا رقبہ ایک تہائی کے تختہ کے رقبہ سے ہو جواب ۳ فیٹ ۵ ۱/۷ انچ اور ۴ فیٹ ۶ ۶/۷ انچ

(۴۹) کسی ذوا ربعۃ الاضلاع کی اضلاع بالترتیب ۷۵ و ۵۵ و ۶۰ و ۴۰ انچ ہین اور زاویہ اول دو ضلعون کے درمیان ۹۴° ۴۰′ ۱۵″ ہین تو ثابت کرو کہ شکل دائرہ کے اندر بن سکتی ہے اور یہہ دریافت کرو کہ اوسکا رقبہ کیا ہو جواب رقبہ = ۲۱،۸۵ مربع فیٹ

(۵۰) دائرہ کے اندر ایک ذوا ربعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہے اوسکے اضلاع بالترتیب ۶ و ۵ و ۱۵ اور ۱۷،۵ گز ہین تو اوسکا رقبہ اور زاویے درمیان اول و آخر ضلعے کے درمیان اور دوسرے اور تیسرے ضلعے کے درمیان دریافت کرو جواب رقبہ = ۳۱،۴۶ مربع گز اور زاویے = ۹۴° ۴۰′ ۱۵″ اور ۱۰۵° ۱۹′ ۴۵″

(۵۱) دائرہ کے اندر ایک ذوا ربعۃ الاضلاع بنی ہوئی ہے اور اوسکے وترون سے ایک وتر سے اوسکی تنصیف ہوتی ہے اور دوسرے سے تثلیث ہوتی ہے۔ اگر طا اور طس دو متصل کے ضلعے ہون جنکے درمیان زاویہ منفرجہ ہو اور محاذی تثلیث کرنے والے وتر کے ہو تو ثابت کرو کہ رقبہ = ۱/۴ √(۸ [۱۲ طا² طس² - (طا² + طس²)²])

(۵۲) اگر لو کسی ذوا ربعۃ الاضلاع کے دائرہ بیرونی کا نصف قطر ہو اور اوسکے چارون ضلعے

طا اور طب اور طس اور طہ ہون اور مجموعہ اضلاع ۲ص ہو تو ثابت کرو کہ

لو = ۱/۴ ۸ (طا طب + طس طہ) (طا طس + طب طہ) (طا طہ + طب طس) / (ص ـ طا) (ص ـ طب) (ص ـ طس) (ص ـ طہ)

(۵۳) لو اور لو اور کثیر الاضلاع منتظمہ ذیل کے رقبے دریافت کرو (۱) مخمس (۲) مسدس (۳) مثمن (۴) معشر ایک ضلع کا طول ۲۵ فیٹ ہی جواب

(۱) لو = ۲۱٫۲۷ (۲) ۲۵ (۳) ۳۲٫۶۷ (۴) ۴۱٫۰۴ فیٹ

(۱) لو = ۱۷٫۲۱ (۲) ۲۱٫۶۵ (۳) ۳۰٫۱۸ (۴) ۳۸٫۴۷

(۱) ا = ۱۰۷۵٫۲ (۲) ۱۶۲۳٫۸ (۳) ۳۰۱۷٫۸ (۴) ۴۸۰٫۸۹ فیٹ

(۵۴) جس مثمن کا رقبہ ۱۰۰۰ مربع گز ہو تو اوسکا ضلع دریافت کرو جواب ۴۳ گز ۱ فیٹ ۴٫۲ انچ

(۵۵) پندرہ ضلعے کی شکل کا مجموعہ اضلاع ۱۳۵ فیٹ ہی اوسکا رقبہ اور اوسکے دائرہ اندرونی اور بیرونی کے نصف قطر دریافت کرو جواب رقبہ = ۱۴۲۹ مربع فیٹ

(۵۶) مخمس کا ہر ایک ضلع ۱۰ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۷۲٫۰۵ مربع فیٹ

(۵۷) ایک مخمس اور معشر کا ضلع مشترک ہی تو اونکے درمیان جو سطح واقع ہو اوسکا رقبہ ایک ضلع کی رقموں مین دریافت کرو جواب اگر طا ایک ضلع ہو تو رقبہ = ۵٫۶۷۳۸۲ طا۲

(۵۸) ایک مسبع کا سب سے بڑا وتر ۱۵ فیٹ ہی اوسکا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۶۸٫۵۴ مربع فیٹ

(۵۹) ایک کثیر الاضلاع منتظمہ کے ۲۵ ضلعے ہین اور اوسکا رقبہ ۳۱۵٫۸۲۳ مربع فیٹ ہی اوسکے دائرہ اندرونی کا رقبہ دریافت کرو اور ثابت کرو کہ اگر نصف قطر ایک فیٹ بڑھا دیا جائے تو کثیر الاضلاع کا رقبہ بقدر ۶۶٫۳۲۳ مربع فیٹ کے زیادہ ہوگا

(۶۰) دائرہ کا نصف قطر ۳۰ فیٹ ہی تو اوسکے اندر پندرہ ضلعے کی شکل بنائی جائے اوسکا ضلع دریافت کرو جواب ۱۲٫۴۷۵

(۶۱) اگر دو اشکال منتظمہ کے رقبے ا۱ اور ا۲ ہون اور اون مین سے ایک دائرہ کے اندر اور دوسرے دائرہ کے باہر بنائی جائے تو ثابت کرو کہ اونکا فرق ا۱ جیب۲ (π/ن) ہے

(٦٢) سوال گذشتہ مین ن کی کم از کم قیمت ایسی دریافت کرو کہ دونو اشکال منتظمہ کی رقبون کا فرق چھوٹے شکل کے $\frac{1}{100}$ حصے سے کم ہو

(٦٣) اگر دائرہ کے اندر جفت اضلاع کی کثیر الاضلاع منتظمہ بنائی جائے تو اوسکا رقبہ اوسطی بنسبت دائرہ کے اون اشکال اندرونی اور بیرونی کے رقبون کے درمیان ہوگا کہ جنکے اضلاع کی تعداد نصف ہے

(٦٤) اگر دائرہ ایک کثیر الاضلاع منتظمہ دائرہ کے اندر بنایا جائے اور اس دائرہ کا نصف قطر نق ہو اور اس شکل کے اندر جو دائرہ بنایا جائے اوسکے اندر ایک کثیر الاضلاع منتظمہ پہلی شکل کے متشابہ بنائی جائی اور یہی سلسلہ بلا انتہا جاری رہے تو ثابت کرو کہ ان سب کثیر الاضلاع ن کے رقبون کا مجموعہ ن نق² مم $\frac{ط}{ن}$ ہے

(٦٥) اگر کثیر الاضلاع منتظمہ کے اضلاع متبادلہ کھینچے جائین اور دو دو ملین لیس اگر کثیر الاضلاع معلوم اور اس دوسرے کثیر الاضلاع کے رقبے ر۱ اور ر۲ ہون تو ثابت کرو کہ

$$\frac{ر_1}{ر_2} = \frac{\text{جم}^2 \frac{ط}{ن}}{\text{جم}^2 \frac{۲ط}{ن}}$$

اور یہہ بھی ثابت کرو کہ ن < ٥ سے نہین ہو سکتا

(٦٦) سوال گذشتہ مین جب

(١) ر۲ = ٣ر۱ ، (٢) جبکہ ر۲ = $\frac{\sqrt{٥}}{٤}$ ($\sqrt{٥}$ − ١) ر۱ ، تو ن کی قیمت دریافت کرو

جواب (١) ن = ٦ (٢) ن = ١٠

(٦٧) ن ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظمہ مین اوتار ہر نقطہ سے نقطہ چہارم مین ملانے سے کھینچے جائین تو ثابت کرو کہ ان اوتار کے بیچ مین جو کثیر الاضلاع پیدا ہوگی وہ کثیر الاضلاع معلوم کی متشابہ ہوگی اور اونکے رقبون مین یہہ نسبت ہوگی

$$(١ − ٤ \text{ حس}^2 \frac{ط}{ن}) : ٤ \text{ سس}^2 \frac{ط}{ن}$$

اور بتاؤ ن کی کم از کم کیا قیمت ہو سکتی ہے جواب ن = ٦

(۶۸) اگر ن ضلعے کی کثیر الاضلاع منتظمہ مین سب سے چھوٹی اوتار کھیچے جائین تو اسطرح جو کثیر الاضلاع پیدا ہوگی وہ کثیر الاضلاع معلوم کے مشابہ ہوگی اور اونکے رقبون مین وہ نسبت ہوگی جو سوال ۶۵ مین بیان ہوئی ہے

(۶۹) منشور مثلثی کے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۱۸ انچ ہے اور اوسکا طول ۱۰ فیٹ ہے اوسکی کل سطح دریافت کرو جواب ۴۶٫۹۴۸۶ م فیٹ

(۷۰) ہر ایک مثلث کا ہر ایک کنارہ ۹ فیٹ ہے اوسکا کل رقبہ دریافت کرو جواب ۱۴۰٫۲۹۶ م فیٹ

(۷۱) ایک مسدسی منشور ہے جسکے قاعدہ کا سب سے چھوٹا وتر ۲ √۳ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ ہے تو اوسکی سطح اطراف دریافت کرو جواب ۱۴۴ مربع فیٹ

(۷۲) ایک مثمنی منشور کی کل سطح کا رقبہ ۲۰۷۰ مربع فیٹ ہے اور اوسکے اطراف کی سطح کا رقبہ دوچند اوسکے سر کے رقبہ سے ہے تو قاعدہ کی ہر ایک ضلع کا طول دریافت کرو جواب ۱۰٫۳۵ فیٹ

(۷۳) ایک منشور قائم کی اضلاع بالترتیب ۳ و ۴ و ۵ و ۶ فیٹ ہین اور اول اور آخر ضلع کے تقاطع کے درمیان وتر ۵ فیٹ ہے اور منشور کا ارتفاع ۲۷ فیٹ ہے کل رقبہ دریافت کرو جواب ۵۲۳ مربع فیٹ

(۷۴) منشور مائل کا قاعدہ مخمس منتظم ہے جسکا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ اور تراش کا مجموعہ اضلاع ۱۲ فیٹ ہے اور منشور کا طول ۱۴ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو جواب ۱۹۸٫۹۶۴۹ م فیٹ

(۷۵) کسی منشور مائل کی تراش مسدس منتظم ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۳ فیٹ ہے اور °۳۰ کے زاویہ پر افق پر مائل ہے اور ارتفاع اسکی ۱۰ فیٹ ہے تو سطح مائل کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۶۰ م فیٹ

(۷۶) منشور ناقص کی تراش کی اضلاع ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ فیٹ ہین اور اول اور دوم اور دوم اور سوم وغیرہ کے نقاط تقاطع مین جو کنارے واقع ہین وہ ۱۳٫۵ و ۱۷ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۲ فیٹ ہین سطح اطراف کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۵۵٫۵ م فیٹ

(۷۷) ایک مثمنی منشور ناقص دو سطحون سے بنایا گیا ہے جو ایک دوسرے پر °۳۰ کے زاویہ پر مائل ہین

اور اونکا فصل مشترک متوازی منشور ناقص کے چہوٹے رخ کا ہے اور ان سطحون مین
سے ایک سطح زاویہ ۵۴° کا اوس رخ کے ساتہہ بناتی ہے اور سب سے چہوٹے رخ کا طول
۷ فیٹ ہے اور تراش کا مجموعہ اضلاع ۱۳ و ۱۸ فیٹ ہے تو سطح اطراف کا رقبہ دریافت
کرو جواب ۱۷ و ۱۶۳

(۷۸) ایک مخروط مربع ہے اوسکی سطح مائل کا رقبہ دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا ہر ایک ضلع
۴ فیٹ ہے اور ارتفاع مائل ۱۵ فیٹ جواب ۹۰ مربع فیٹ

(۷۹) ایک مخروط مثلثی کی کل سطح کا رقبہ دریافت کرو اوسکو چار مثلث متساوی الاضلاع
نے احاطہ کیا ہے جسمین سے ہر ایک کا ایک ضلع ۱۲ فیٹ ہے جواب ۲۴۹٫۴۲۲

(۸۰) ایک مسدس مخروط کے قاعدہ کا ضلع ۵ فیٹ ہے اور ارتفاع عمودی ۱۵ فیٹ ہے تو
اوسکی سطح مائل کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۳۴٫۴۱۹ فیٹ

(۸۱) ایک مثمن مخروط کے قاعدہ کا ہر ایک ضلع ۴ فیٹ ہے اور ارتفاع ۲۰ فیٹ ہے محور مین
ایسا نقطہ دریافت کرو کہ اوسپر ایک سطح گذرتی ہوئی متوازی قاعدہ کی ایسی کہینچ سکے
کہ وہ سطح اطراف کو دو برابر حصون مین تقسیم کرے

(۸۲) ایک مربع مخروط ناقص کی سطح ۱۰۰ مربع فیٹ ہے اور قاعدہ کا احاطہ ۱۳ فیٹ
۱۴ انچ ہے اور ارتفاع مائل ۱۰ فیٹ ہے اوسکے سر کا رقبہ دریافت کرو
جواب ۴ مربع فیٹ ۱۰ مربع انچ

(۸۳) ایک مثمن مخروط ناقص کا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قاعدہ اور سر کا مجموعہ اضلاع ۴۰ و
۳۲ فیٹ ہے کل سطح کا رقبہ دریافت کرو جواب ۵۸۹ مربع فیٹ تقریبًا

۴ — ۸ — ۶ — ۵

تمام شد

رسالہ مساحت

جان ہنٹر صاحب کے انگریزی رسالہ مساحت کا

اردو ترجمہ

منشی محمد ذکاء اللہ پروفیسر ورنیکولر سائنس اینڈ لٹریچر

میور کالج الہ آباد کا کیا ہوا

تیسری دفعہ صحیح ہو کر

مطبع مرتضوی دہلی میں باہتمام حاجی محمد عزیز الدین مطبوع ہوا

بسم اللہ الرحمن الرحیم

فصل اول

تمہید

(۱) علم مساحت وہ علم ہے جسمین خط و سطح و جسم کی پیمایش کا حساب اعداد مین کیا جاتا ہے

اس علم مین دو بڑے باب ہین ایک مساحت سطوح کا دوسرا مساحت اجسام کا

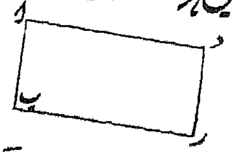
اب ہم چند اصطلاحات اس علم کی بیان کرتے ہین اونکے معنی اور مطلب ہر طالب علم خوب دل لگائین
سمجھو کہ جو چیز تمہاری نظرون کے سامنے آتی ہے اوسمین ضرور تین باتین ہوتی ہین اول طول یعنی لنباؤ دوسرا
عرض یعنی چوڑاؤ اور تیسرا سمک یعنی گہراؤ یا اونچاؤ

پس جس چیز مین یہہ تینون باتین ہوتی ہین اوسکو اس علم کی اصطلاح مین جسم کہتے ہین جیسے شہتیر اور
سل اور صندوق مین سے ہر ایک جسم ہے اور لنباؤ اور چوڑاؤ اور گہراؤ یا اونچاؤ کو یعنی طول اور عرض
اور سمک کو امتداد ثلاثہ کہتے ہین اور ہر ایک کو جدا جدا امتداد واحد اب ان تین مین سے جب ایک
کم ہو جاوے مثلاً سمک نہ رہے فقط طول اور عرض رہے تو جو جگہہ طول اور عرض سے گہرے جیسے کہیت یا فرش
یا صحن مکان کا تو اوسکا نام اس علم مین سطح رکہا گیا ہے اب اس سطح کی دو امتدادون مین سے یعنی طول اور
عرض مین سے ایک کم ہو جاوے یعنی فقط طول رہجائے تو اوسکو خط کہتے ہین اور جہان یہہ امتداد ختم ہووے اوسے
نقطہ کہتے ہین غرض خط فقط ایک امتداد یعنی طول کو کہتے ہین اور جو جگہہ طول اور عرض یعنی دو امتداد
سے گہرتی ہے اوسے سطح کہتے ہین اور جو جگہہ امتداد ثلاثہ یعنی طول اور عرض اور سمک سے گہرتی ہے

اکثر طالب علم ابتدا مین ان اصطلاحون کے مطلب سمجھنے مین الجھتے ہین وہ اسطرح بآسانی سمجھہ سکتے ہین کہ صندوق کو دیکھین کہ جسمین امتداد ثلاثہ طول و عرض و سمک پائے جاتے ہین اسلئے وہ جسم ہے اور اوسے جسم کہتے ہین اور وہ چیز جو اوس صندوق کو سب اطراف سے گھیرے ہوئے ہے اور اوسمین دل نہین ہے اور فقط طول اور عرض ہی ہے وہ سطح ہے یعنی جسم سطحون سے گھرا ہے اور اوسکی اطراف مین سطوح ہین

اب اس سطح کو دیکھو کہ وہ طول اور عرض سے گھری ہے اور اوسمین سے فقط ایک امتداد یعنی لنبان یا چوڑان کا نام خط ہے اور جہان یہہ خط ختم ہو وہان نقطہ ہے اور اب ان خط و سطح وغیرہ کی تصویر بنانیکا اور نقش کھینچنے کا طریقہ بتلایا جاتا ہے

(۲) شکل ذیل سطح ہے کہ وہ خطون سے گھری ہے اور اوسمین دل نہین ہے اور خطوط مین طول ہے عرض اور دل نہین



خط سطح کے عرض کو تعبیر کرسکتا ہے مگر وہ خود عرض نہین رکھتا ہے

دو نقطون کے درمیان جو سب سے چھوٹا خط ہے اوسکو خط مستقیم کہتے ہین جیسا اب یا ب ا اور اد یا دا ہے

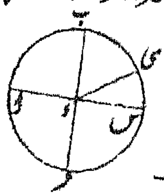


(۳) خط منحنی مثلاً ا س وہ ہے جسکا کوئی حصہ خط مستقیم نہ ہو

خطوط منحنی مین سب سے زیادہ مشہور دائرہ کا محیط ہے

اس دائرہ کے بنانے کی دو ترکیبین ہین ایک تو سب جانتے ہین کہ وہ پرگار سے کھینچا جاتا ہے خط پرگاری اوسکا نام ہے دوسری ترکیب اوسکے کھینچنے کی یہہ ہے کہ ایک ڈور کے سرے کو ایک نقطہ پر مضبوط باندھ کر دوسرے سرے کو چکر ایسا دین کہ جہان سے وہ متحرک ہو وہین نشان کرتا ہوا پھر آجائے تو سطح دائرہ بنجائیگا

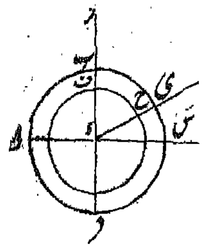
اس نقطہ کو جو بیچ مین ہے مرکز کہتے ہین اور وہ خط جو کھینچا ہے اور دائرہ کو محدود کرتا ہے محیط کہلاتا ہے



اس شکل مین ا ب ی س دائرہ کا محیط ہے اور د اسکا مرکز ہے اس مرکز سے جتنے خطوط د ا اور د ب اور د ی محیط تک سیدھے کھینچے جائین

نصف قطر کہلاتے ہین اور اونمین جو دو ایک سیدہ مین مقابل ایک دوسرے کے ہون اور مرکز پر سے
گذرین اور محیط پر منتہی ہون جیسے ا س اور ب د تو انکو قطر دائرہ کہتے ہین اور قطر دائرہ کو دو برابر
حصونمین تقسیم کرتا ہے اور ان حصون مین سے ہر ایک حصہ کو نصف دائرہ کہتے ہین

(۴) محیط کے کسی حصہ مثلاً ا ب یا ب ی کو قوس دائرہ کہتے ہین قوس اپنے کل محیط سے جو نسبت رکھتی ہے
اوسکو مقیاس اوس کشادگی کا کہتے ہین جو درمیان اون دو خطوط مستقیم کے واقع ہو کہ مرکز اور قوس کے
طرفون مین ملائے جاوین مثلاً شکل ذیل مین دو دائرے متحد المرکز ہین یعنی اونکا ایک ہی مرکز ہے اور جس دائرہ
کا نصف قطر د ا ہے اوسمین قوس ب ی محیط کا چھٹا حصہ فرض کرو تو ظاہر ہے کہ جس دائرہ
کا نصف قطر د ق ہے اوسکو محیط کا چھٹا حصہ قوس ق ح ہو



پس ب د ی اور ق د ح کی کشادگی کا مقیاس علی العموم
ہر محیط کا چھٹا حصہ ہے بشرطیکہ اوسکا مرکز د ہو

ایک نقطہ سے دو خط مستقیم پھیلتے ہوئے جائین
یا ایک نقطہ کی طرف ملتے ہوئے آئین اونکے درمیان جو کشادگی ہوتی ہے اوسکا نام زاویہ ہے
اس سے ظاہر ہے کہ زاویہ موقوف خطوط مستقیم کی طول پر نہین ہے بلکہ وہ اون سمتون پر موقوف ہے
جنمین خطوط کشادہ ہوتے ہین

دو نصف قطرون کے
درمیان جو کشادگی ہو اوسکو زاویہ کہہ سکتے ہین مگر ان قطرون کے طول کو کچھ علاقہ زاویہ کے مقیاس سے
نہین ہے مثلاً زاوئے ب د ی اور ا د س وہی دو زاوئے نقطہ د پر ہین جو دو زاوئے ق د ی
اور ح د س ہین

اور یہ زاوئے شکل مذکور مین ا د ق اور ا د ی اور ی د د وغیرہ بنے ہوئے ہین
زاویہ کے لکھنے اور پڑھنے کا یہ طریق ہے کہ ایک حرف تو زاویہ کے راس یعنی سر پر لکھدین
اور ایک ایک حرف اوسکے ایک ایک ضلع پر مرقوم کرین

اور تیز میں اسطرح کہ سرے پر جو حرف لکھا ہو وہ بیچ میں آوے اسکا مفصل حال دفعہ ۱۲ مین آئیگا
اب ہم اس بات کو خوب طرح سمجھاتے ہین کہ قوس مین ایسی کیا خاصیت ہی کہ جسکے سبب سے
وہ زاویہ کے مقیاس بنی ہے

فرض کرو کہ ایک پرکار کی دو ساقین ب ء اور ء ی ہین اور وہ سمت ء ب پر منطبق ہین اب
ب ء تو اپنے مقام پر قایم رہے اور ء ی اپنی جگہہ سے حرکت کرے اور اوس جگہہ پہونچے
جہان شکل مین مرتسم ہے تو نقطہ ی مقام ب سے ی تک ایک قوس مین حرکت کریگا اور
جتنی دیر مین یہہ حرکت کرکے ب سے ی پر آویگا اوتنی دیر مین نقطہ ح ایک قوس مین
حرکت کرکے مقام ق سے ح پر پہونچے گا

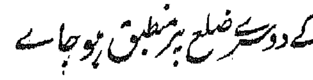
پس معلوم ہوا کہ قوس ب ی اور قوس ق ح اپنے اپنے محیط کے مساوی حصے متناسبہ ہین
یعنی ہر قوس کو نسبت اپنی محیط سے ایک ہی ہے اس خاصیت کے سبب سے قوس کشادگی یعنی
زاویہ ی ء ب کی مقیاس بنے ہے

(۵) دایرہ کے محیط کو ۳۶۰ برابر قوسون مین تقسیم کیا ہے
اور ہر یک قوس کا نام درجہ رکھا ہے اور ان درجون ہی سے زاویہ نپتا ہے یعنی یہہ درجہ
مقیاس زاویہ کا ہے اگر ایک زاویہ کے راس کے گرد دائرہ کھینچا جاے اور اوسکے اضلاع کے
درمیان محیط کا چھٹا حصہ سماوے تو اوس زاویہ کو ۶۰ درجہ کا کہینگے

پس جب ہم کہا کرتے ہین کہ ایک خط مستقیم دوسرے کے ساتھہ ۴۵ درجہ میلان رکھتا ہے
تو اوسکے یہی معنی ہوتے ہین کہ جس نقطہ پر وہ دونو خط ملتے ہین اوسے مرکز دایرہ کا مقرر
کرکے کیسا ہی چھوٹا یا بڑا دایرہ اون خطونکو قطع کرتا ہوا کھینچین تو ان خطوں کے درمیان محیط
کے تین سو ساٹھوین حصے پینتالیس آئینگے یعنی محیط کا ایک آٹھوان حصہ

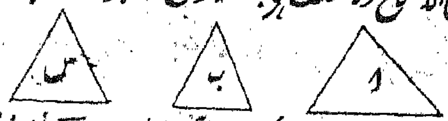
اب ان درجون کی تقسیم بتقسیم دقیقون اور ثانیون مین بھی ہوئی ہے
ایک درجہ مین ۶۰ دقیقے اور دقیقہ مین ۶۰ ثانئے ہوتے ہین

اور اختصاراً اونکو اسطرح لکھتے ہین ۴۸ ۱۴ ۳۲ اٹھتالیس درجہ چودہ دقیقہ بتیس ثانیہ
یعنی درجہ پر علامت ° اور دقیقہ پر ' اور ثانیہ پر '' بائین طرف اوپر کو لکھدیتے ہین
(۶) جب ایک خط مستقیم ایک خط مستقیم پر زاویہ ۹۰° کا بناوے جیسا کہ زاویہ ا د ب یا
ب د س شکل گذشتہ مین ہے تو ایسے زاویہ کو زاویہ قایمہ کہتے ہین ایک طرف اوسکی سمت
ارتفاع اور دوسری طرف سمت افق بتلاتی ہے اور ہر ایک خط کو ایک دوسرے پر عمود کہتے ہین
یہہ ظاہر ہے کہ جب ایک خط مستقیم ب د دوسرے خط مستقیم ا س پر پہلوئون متصل کے زاوے
برابر بناتا ہے تو ہر ایک اونمین سے زاویہ قائمہ ہوتا ہے پس زاویہ قائمہ کی تعریف اسطرح ہوسکتی ہے
کہ وہ اون دو برابر زاویون مین سے ایک زاویہ ہوتا ہے جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم پر متصل کے
پہلوؤن مین بناتا ہے اس تعریف مین احتیاج تقسیم دایرہ کی نہین ہوتی
زاویہ جسکے سامنے قوس ۹۰° سے کم ہو یعنی قائمہ سے چھوٹا ہو اسے زاویہ حادہ کہتے ہین اور زاویہ
جسکے سامنے قوس ۹۰° سے بڑی ہو یعنی قائمہ سے بڑا ہو اوسے زاویہ منفرجہ کہتے ہین
زاویونکے مساوات کا بیان سنو جب ہم کہتے ہین کہ زاویہ آ برابر ہے زاویہ ب کے تو اوسے
یہہ مطلب ہوتا ہے کہ اگر نقطہ آ کو نقطہ ب پر اور زاویہ آ کے ایک ضلع کو زاویہ ب کے ایک ضلع پر
چسپان کرین تو دوسرا ضلع زاویہ آ کا زاویہ ب کے دوسرے ضلع پر منطبق ہوجاے
(۷) اب ہم سطح مستقیمۃ الاضلاع کا بیان کرتے ہین

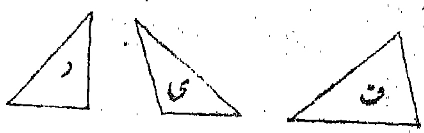


اونکی سطح کی اطراف پر خطوط مستقیم خاص زاویے بناتے ہوئے ملتی ہین
سطح مستوی سے مراد وہ سطح ہے کہ جسپر اگر دو نقطے لیکر خط مستقیم ملادین تو وہ خط مستقیم اوسکے
اندر بالکل واقع ہو کوئی جزو سطح سے باہر نہ نکلجاوے
اگرچہ ہم نے یہہ بیان کیا ہے کہ دایرہ مین ایک خط منحنی سی جگہہ گھر جاتی ہے مگر یہہ بدیہی بات ہے
کہ سطح مستقیمۃ الاضلاع یعنی ایسی سطح جسکو خطوط مستقیم نے احاطہ کیا ہو تین ضلعون سے کم مین
نہین گھر سکتی

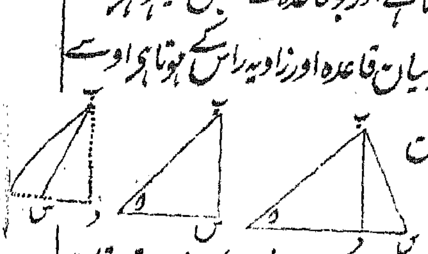
(۸) جن شکلون کے تین ضلعے ہوتے ہین اونکو مثلث کہتی ہین وہ بلحاظ اضلاع کے تین طرح کے اور
باعتبار زاویون کے بہی تین قسم کے ہوتے ہین
مثلث متساوی الاضلاع وہ مثلث ہی جسکے تینون ضلعے آپسمین برابر ہون آ مثلث
متساوی الاضلاع ہے



مثلث متساوی الساقین وہ مثلث ہی جسکے دو ضلعے آپسمین برابر ہون ب مثلث متساوی الساقین ہے
مثلث مختلف الاضلاع جسکے سب ضلعے غیر مساوی ہون س مثلث مختلف الاضلاع ہے

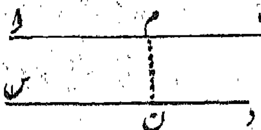


مثلث قائم الزاویہ وہ مثلث ہی جسکا ایک زاویہ قائمہ ہو ق مثلث قائم الزاویہ ہے
مثلث منفرج الزاویہ وہ مثلث ہے جسکا ایک زاویہ منفرجہ ہووے
ی مثلث منفرج الزاویہ ہے
مثلث حادہ الزوایا وہ مثلث ہے جسکے سب زاویے حادہ ہون د
مثلث حادہ الزوایا ہے
(۱) مثلث کے ہر ضلع کو قاعدہ مقرر کرسکتے ہین لیکن اکثر قاعدہ اوسی ضلع کو مقرر کرتے ہین
جو نیچے دو ضلعون کے سمت افقی مین واقع ہوتا ہے اور جو قاعدہ کے مقابل زاویہ ہوتا ہی اوسے
زاویہ راس کہتے ہین اور فاصلہ عمودی جو درمیان قاعدہ اور زاویہ راس کے ہوتا ہی اوسے



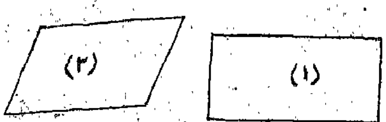
ارتفاع یا بلندی مثلث کی کہتے ہین ان تینون
شکلون مین مثلث ب ا س کا قاعدہ ا س ہی
اور ا ب س زاویہ راس ہے اول شکل مین ارتفاع ب د ہی اور وہ مثلث کے اندر واقع ہوتا ہے
اور دوسری شکل مین ارتفاع ب س ہی اور وہ ایک ضلع مثلث کا ہی اور تیسری شکل مین ارتفاع
ب د ہے اور مثلث سے باہر واقع ہوتا ہے

(۱۰) ابھی ہمنے بیان کیا ہے کہ زاویۂ مستقیمۃ الخطین اوس میلان کو کہتے ہین جو ایک خط مستقیم دوسرے خط مستقیم کے ساتھہ ایک نقطہ پر رکھتا ہے لیکن جب دو خطوط مستقیم ایک دوسرے کے ساتھہ میلان ملنے کا ایک نقطہ پر نہ رکھین اور ایک دوسرے سے ہمیشہ علیحدہ رہین اور کبھی آپسمین نملین تو ایسے خطوط کو خطوط متوازیہ کہتے ہین جیسے



ا ب اور س د ہین کہ وہ کبھی آپسمین کسی جگہہ نہین ملتے اور ہمیشہ اونمین عمود کی فاصلہ م ن یکسان رہتا ہے

(۱۱) چار ضلعے کی شکل کے دو دو مقابل کے ضلعے متوازی ہون اوسکو متوازی الاضلاع کہتے ہین مقابل کے ضلعے متوازی الاضلاع کے جیسے



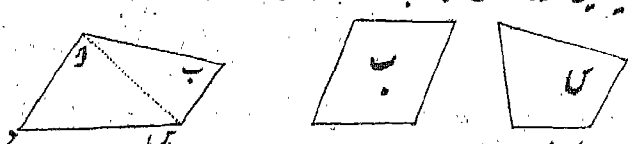
متوازی ہوتے ہین ایسے متساوی بھی ہوتے ہین

دوسرے شکل کو شبیہ بالمعین کہتے ہین اوسکے دو ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ نہین ہے اور پہلی شکل کو مستطیل کہتے ہین اوسکے ضلعون کے درمیان زاویہ قایمہ ہے اور طول بڑا عرض سے ہے



مربع وہ شکل ہے جسکے چار ضلعے آپسمین برابر ہون دیکھو شکل ا وہ مربع ہے

معین بھی ایک ایسی شبیہ بالمعین ہے جسکے چارون ضلعے آپسمین برابر ہون شکل ب معین ہے



منحرف وہ چار ضلعے کی شکل ہے کہ جسمین ضلعے متوازی نہون جیسے شکل س مین

اگر چار ضلعے کی شکل ہو اور صرف اوسکے دو ضلعے متوازی ہون اور دو متوازی نہون تو اوسے ذوزنقہ کہتے ہین یہہ شکل ذوزنقہ ہے

جسکے اضلاع ا ب اور س د متوازی ہین لیکن ب س اور ا د متوازی نہین ہین

سب چار ضلعے کی شکلون کو ذوار بعۃ الاضلاع کہتے ہین اور دو دو مثلثون مین اسطرح تقسیم ہوسکتے ہین کہ اونکے مقابل کے دو کونون مین خط مستقیم ملائین اگر یہہ خط اوس شکل کے دو برابر حصے کرے

تو اوسکو قطر کہتے اور اگر برابر حصے نکرے تو اوسے وتر کہتے ہین

(۱۲) اب یہان یہہ بیان کرتے ہین کہ کسطرح زاوئے اور شکلون کے نام حروف مین بیان کیے جاتے ہین اس تبلانمین شکلین وہی رہینگی جو اوپر مذکور ہوئین

زاویہ کو کیا تو صرف ایک حرف سے بیان کرتے ہین جیسے زاویہ آ یا زاویہ د یا تین حرفون سے اسطرح کہ جو حرف سر پر زاویے لکھا ہوا ہو وہ بیچ مین آوے اور ایک حرف ادہر اودہر جیساکہ زاویہ ا ب س یا زاویہ س د ا یہہ دوسہر ترکیب بیان کرنیکے وہان کام آتی ہے جہان ایک نقطہ پر کئی زاوئے جمع ہون جیسے کہ صورت نقطہ س پر ہو رہی ہے اگر صرف زاویہ س صرف ایک حرف مین بیان کیا جاوے تو یہہ نہین مفہوم ہوگا کہ آیا اوسے مراد زاویہ ب س آ یا زاویہ

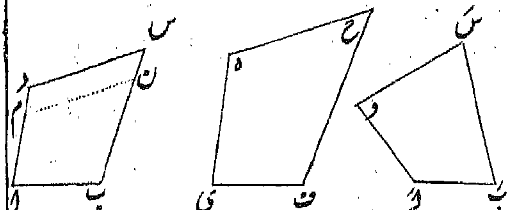
ا س د یا ب س د ہے

ہر شکل بلحاظ اضلاع کے اسطرح بیان کیجاتی ہے کہ حروف کو جو بالترتیب شکل کے گرد آتے جائین پڑہتے جائین جیساکہ ا ب س اور ب س د وغیرہ اور حرف وہان لکھتے ہین جہان خطوط متقاطع ہو کر نقطے پیدا کرتے ہین اور بلحاظ رقبہ یا سطح کے بہی اسطرح بیان ہوتی ہے مگر فرق اتنا ہے کہ اوسکے حروف کے ساتہہ شکل کا نام لگا دیا جاتا ہے

جیسے ذوار بعہ الاضلاع ا ب س د یا مثلث ا س د وغیرہ ذوار بعہ الاضلاع کو کبہی اختصاراً اون دو حرفون سے بہی لکہہ پڑہ لیتے ہین جو مقابل کے دو زاویون پر لکہے ہوئے ہوتے ہین جیسے کہ شکل ب د مگر اختصار کو وہان کام مین نہ لائین جہان وتر شبہہ پیدا ہو یعنی اون نقطون کے درمیان وتر کہیجا سکا ہو

(۱۳) دو مستقیمہ الاضلاعین جنکے ضلعون کی تعداد برابر اور ایک کے ضلعون مین وہی نسبت ہو جو دوسرے کے ضلعون مین نسبت ہو اور زاوئے اضلاع نظیرہ کے درمیان برابر ہوت تو ایسی شکلون کو متشابہ کہتے ہین مثلاً اگر ذوار بعہ الاضلاع ا س اور ی ح مین زاوے آ اور ب اور س اور د برابر زاویون ی اور ق اور ج اور ہ کی ہون موافق اپنی اپنی نظیر کی اور اضلاع ا ب اور ب س اور س د اور د ا یعنی چوہائی اضلاع ی ق اور ق ح وغیرہ کی ہون یعنی اگر پہلا ضلعے ۱۸ و ۳۰ و ۲۷ و ۱۲ ہو

تو دوسری شکل کے ضلعے ۲۴ و ۴۰ و ۳۶ و ۲۸ ہوں تو اس اور ی ج کو سطوح متشابہ کہینگے اگر



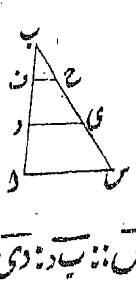
ام ن متوازی د س کا نکالیں تو
شکل ام ن ب کے زاویے برابر
شکل ی ج کی زاویوں کی برابر
ہونگے مگر ضلع اوسکے متناسب اضلاع ی ج کی نہونگے اسلیئے وہ متشابہ ی ج کے نہونگے
اگر شکل ا ب س د کے ضلعے متناسب شکل اس کے اضلاع کے ہوں مگر زاویے اوسکے برابر شکل
اس کے زاویوں کی نہوں تو بھی ا ب س د متشابہ ی ج کے نہونگے

لیکن اگر مثلث کے تینوں ضلعے متناسب دوسرے مثلث کی تینوں ضلعوں کی ہوں تو ضرور دو
دونو مثلث متشابہ ہونگے

اسواسطے ایک مثلث کے زاویے بھی برابر دوسرے مثلث کی زاویوں کی ہونگے اور اسکا عکس بھی صحیح ہے

(۱۴) ایک مثلث کے قاعدہ کے جو خطوط متوازی ایک ضلع سے دوسرے ضلع تک کہینچے جاویں
تو وہ اضلاع مثلث کو ایک نسبت پر قطع کرینگے

اور ہر ایک خط ایک مثلث کل مثلث کا متشابہ قطع کریگا مثلاً خطوط د ی اور ف ج متوازی اس کے ہوں
تو اضلاع ا ب اور ب س ایک نسبت پر قطع ہونگے



اسطرح کہ اگر ا د برابر ف د کی ہو تو س ی برابر ی ج
کے ہوگا اور اگر د ف دو چند ف ب سے ہو تو ی ج دو چند ج ب سے ہوگا
اور مثلث ب ا س اور ب ف ج اور ب د ی آپس میں متشابہ ہیں اور ب ا : ا س :: ب د : د ی وغیرہ

فصل دوم ہندسہ عملی

(۱) طول کی پیمایش ہندوستانی اور انگریزی پیمانوں سے ہوتی ہے پہلے تو دیسی پیمانے یہاں مروج تھے
مگر اب وہ متروک ہوتے جاتے ہیں اور اونکی جگہ انگریزی پیمانے رواج پاتی جاتی ہیں اسلیئے ہم دو نو طرح
کے پیمانوں کا حال بیان کرتے ہیں بعض پیمانے تو اونمیں سے عموماً طول ناپنے کے کام میں آتے ہیں بعض

اونمین سے مخصوص زمین کے ساتھہ ہین اور یہہ بہی لکھتے ہین کہ ہندوستانی اور انگریزی پیمانون مین باہم نسبت کیا ہے

عام انگریزی پیمانے

۳ جو = ایک انچہ اور ۱۲ انچہ = ۱ فٹ اور ۳ فیٹ = ۱ گز اور ۵½ گز = ۱ راڈ یا پول یا پرچ اور ۴۰ پول = ۱ فرلنگ اور ۸ فرلنگ یا ۱۷۶۰ گز = ۱ میل

عام دیسی پیمانے

۸ جو = ۱ انگشت اور ۳ انگشت = ۱ گرہ اور ۸ گرہ = ۱ ہاتہہ اور ۲ ہاتہہ = ۱ گز اور ۲۴ تسو = ۱ گز

انگشت اور انچہ کی جو پیمایش جو سے ہوتی ہے اوسمین فرق یہہ ہے کہ انچہ تو برابر تین جو کے ہوتا ہے کہ وہ کہڑی نوک سے نوک ملاکر رکہہ جاوین اور انگشت ۸ جو کی برابر ہوتا ہے جب پیٹ سے پیٹ ملاکر رکہے جاوین

خاص انگریزی پیمانے جو زمین ناپنے کے لیے ہین

۷٫۹۲ انچہ = ایک کڑی اور ۱۰۰ کڑی یا ۶۶ فیٹ یا ۴ پول = ایک جریب اور ۱۰ جریب یا ۱۰۰۰ کڑی = ۱ فرلنگ

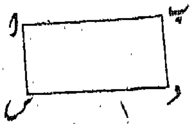
خاص دیسی پیمانے جو زمین ناپنے کے لئے ہین

۳ گز ہندوستانی = ایک گٹھہ اور ۲۰ گٹھہ یا ۶۰ ہندوستانی گز = ۱ جریب - انگریزی گز ۳۶ انچہ کا اور ہندوستانی گز ۳۳ انچہ کا ہوتا ہے

غرض ۳ انچہ انگریزی گز ہندوستانی گز سے بڑا ہوتا ہے اور ۳ انچہ کا گیارہ گنا ہندوستانی گز اور ۳ انچہ کا بارہ گنا انگریزی گز ہوتا ہے پس ان دونو گزون مین نسبت $\frac{11}{12}$ کی ہے اگر انگریزی گزون کے ہندوستانی گز بنانے ہون تو اونکو $\frac{12}{11}$ مین ضرب دیجائے اور اگر ہندوستانی گزون کے انگریزی گز بنانے ہون تو $\frac{11}{12}$ مین ضرب دے مگر اب سب پرانے گز کہان رہے انگریزی گز سب جگہہ کام مین آتا ہے اور جریب ہندوستانی ۶۰ ہندوستانی گز کی ہے اسلئے وہ برابر ۵۵ انگریزی گز کی ہوگی

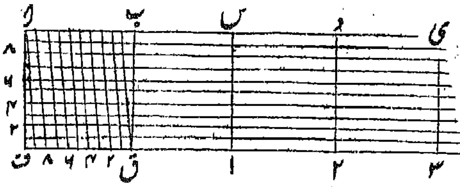
ا ———— ب جو کہنچا ہوا ہے ٹہیک ایک انچہ اوسکا طول ہے اس خط کا طول بارہ گنا کہینچ کر ہم فٹ بنا سکتے ہین اور ۳۶ گنا طول بناکر ایک گز اب اگر ایسے خط کہینچ جائین

کہ حقیقتاً اونکا طول برابر اصل چیزون کے طول کے ہو تو کہان ہو سکتا ہی اسلئے یہہ چھوٹے چھوٹے خطوط ایسے کہیچ لیتے ہین کہ جمین نسبت وہی ہوتی ہے جو اون اصل شکلون کے امتدادون مین ہوتی غرض اسطرح ایک شکل متشابہ اصل شکل کے کاغذ پر بنا لیتے ہین مثلاً شکل ذیل ایک کہیت کو تعبیر کرتے ہو اور اسکا طول ۱۰۰ گز اور عرض ۵۰ گز ہو تو اب ایک خط کسی طول کا جیسا مناسب ہو کہیچین اور اس کا طول نصف اب سے بنائین



تاکہ یہہ شکل متشابہ کہیت کے ہو جاوے

(۲) پس خطوط کو صحیح صحیح نسبتون پر کہینچنے کے لئے ایک آلہ بنایا ہے اور اس آلہ کا نام اسکیل ہے مگر روزمرہ کی بول چال مین فقط اوسکا نام پیمانہ پڑ گیا ہے



وہ پیتل یا لکڑی یا ہڈی کا ایک شفاف ٹکڑا ہوتا ہے اوسکی بناوٹکی ترکیب یہہ ہے کہ سطح پر خط ای کہینچو اور اسکو برابر حصون اب اور ب س اور س د وغیرہ مین تقسیم کرو

اوسکے دس خط متوازی برابر فاصلہ پر لگالو اور نقاط ا اور ب اور س د وغیرہ سے عمود خطوط متوازیہ کو قطع کرتی ہوے کہینچو اور خطوط ب ا اور ق ق کو دس برابر حصون مین تقسیم کرو اگر ان دو نقاط تقسیم سے عمود نکالتے تو چہوٹے چہوٹے متوازی الاضلاع بنتے ہین مگر ہم قطران متوازی الاضلاعون سے کہینچتے ہین پس اب یہہ پیمانہ اسطرح سے تیار ہو گیا

اگر ا سے ق تک ۱۰۰ کو تعبیر کرے تو ق سے ۲ تک ۲۰۰ کو اور ۳ تک ۳۰۰ اور علی ہذا القیاس تعبیر کریگا اور ق سے ق تک ۱۰۰ ہے تو ق سے ۴ تک چار دسوین ہونگی یعنی ۴۰ اور ق سے ۷ تک ۷۰ اور ۳ سے ۶ تک ۳۶۰ ہونگے

اور اگر ہمکو طول ٣٦٤ حاصل کرنا ہو تو ہم خط ف ا پر نیچے کی طرف اکائیان پڑہین پرکار کی ایک

ساق کی سرکو اوس نقطہ پر رکہین جہان چہٹا قطر جو نیچے خط افقی کو قطع کرتا ہے اور دوسری

ساق کی سرے کو نقطہ ۃ پر رکہین پس ان دونو ساقون کے درمیان فاصلہ ٣٦٤ ہوگا

اور اگر آ سے ق تک ١٠ بجاے ١٠٠ کی تعبیر ہون تو آ سے ٨ تک ١٨ اور ٢ سے ٨ تک ٢٨ وغیرہ

تعبیر ہونگی اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دسوین حصے اکائیون کے تعبیر ہونگے

اور اسیطرح اگر آ سے ق تک ١٠٠٠ تعبیر ہون تو ق سے ٢ تک دو دسوین ١٠٠ کے یعنی ٢٠٠

تعبیر ہونگے اور نیچے کے خطوط متوازیہ سے دہائیان تعبیر ہونگین

الحاصل بڑے بڑے طول و عرض اس سکیل سے آسانی سے تعبیر ہو کر کاغذ پر بنائے جاتے ہین ٹہواریون وغیرہ کی

پیمائش مین یہہ پیمانہ ٦ انچہ لنبا اور ایک انچہ چوڑا ہوتا ہے اور اس پیمانہ مین ہر ایک دس

دس حصون مین تقسیم ہوتا ہے پس اگر پیمانہ کے ایک انچ ایک جریب کو تعبیر کرین تو انچہ کا دسوان

حصہ دو گٹھہ کو تعبیر کریگا اور اگر دو جریب کو تعبیر کرے تو اوسکا دسوان حصہ ٤ گٹھ کو تعبیر کریگا

اور علی ہذا القیاس

اب ہم چند سوالات علم ہندسہ عملی لکھتے ہین جسمین سکیل اور پرکار کام آتی ہے

(٣) ایک خط مستقیم معلوم کی تنصیف کرو یعنی دو برابر حصے کرو

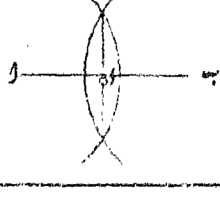
فرض کرو کہ خط ا ب معلوم ہے اور مطلوب یہہ ہے کہ نقطہ وسط اسکا دریافت کرین پہلے ہم لکہہ

آئے ہین کہ دائرہ پرکار سے جسطرح کہینچا ہے پس پرکار کے ایک ساق کو نقطہ ا پر قائم کرو اور

دوسری ساق سے ایک دایرہ نصف خط سے ذرا بڑے نصف قطر پر کہینچو اور اسیطرح پہر

پرکار کی ایک ساق کو نقطہ ب پر قائم کرکے پہلے ہی نصف قطر کے برابر نصف قطر لیکر دایرہ

کہینچو جو پہلے دایرہ کو دونو طرف ا ب کی قطع کرے



پس خط مستقیم ان نقطون مین ملایا گیا خط ا ب کو

نقطہ ۃ پر تنصیف کریگا

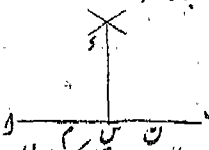
سوالات مشق

(۱) دو مکانون کی بلندیان ۱۹۶۰ اور ۳۵۱۰ فیٹ ہین دو خط کہینچو جو ان بلندیونکو تعبیر کرین اور اُنکے تنصیف بہی موافق ہندسہ عملی کے کرو

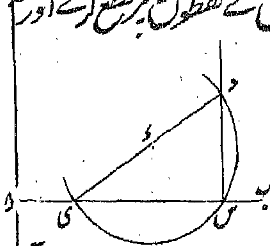
(۲) ع اور ق اور ر اور ص چار مکان ایک خط مستقیم مین ہین اور ع سے ق تک ۲۰۴ گز اور ق سے ص تک ۳۶۵ گز اور ر عین درمیان مین ع اور ص کے ہے پس ایک خط کہینچو جو ان فاصلونکو تعبیر کرے اور ر کا مقام عمل ہندسی سے دریافت کرو

(۴) ایک خط معلوم پر ایک نقطہ معلوم سے جو اُسکے اندر ہے عمود قایم کرو

فرض کرو کہ اب پر نقطہ س سے عمود نکالنا منظور ہے س ا اور س ب مین سے س م اور س ن برابر حصے قطع کرو اور م کے مرکز پر س م سے بڑا کوئی نصف قطر لیکر ایک قوس کہینچو اور اسیطرح ن کے مرکز پر اوسی نصف قطر پر ایک قوس کہینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے پس س د کہینچو یہی عمود مطلوب ہوگا



اور جب نقطہ معلوم طرف خط ہو یا نزدیک طرف خط کے ہو تو عمود ترکیب مذکور بصدر سے آسانی سی کہینچ جاویگا اگر خط مستقیم کو بڑہا لیوین اور اگر نہ بڑہائین تو اس ترکیب سے عمود کہینچو کہ ایک نقطہ د کسی مناسب مقام پر مقرر کرو اور اسکو مرکز مقرر کرکے س کے بعد پر ایک قوس کہینچو جو اب کو ی اور س کے نقطون پر قطع کرے اور نقطہ ی سے ی د جو قوس سے نقطہ ذ پر ملے کہینچو اور س ذ ملاؤ پس یہی عمود مطلوب ہوگا

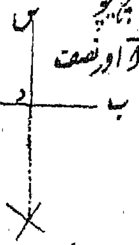


مشق کے سوالات

(۱) ایک خط مستقیم افقی اب ۴۳۳ گز کا کہینچو اور ایک نقطہ س ۵۰۷ فیٹ پر نقطہ ا سے مقرر کرو اور ایک عمود ۱۲۵ گز لنبا نقطہ س سے قائم کرو

(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے اضلاع زاویہ قائمہ کے گرد ۲۴۷ اور ۲۷ ہون

(۵) ایک نقطہ معلوم بیرونی سے عمود ایک خط معلوم پر کھینچو

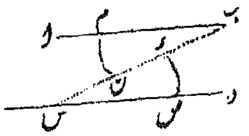


فرض کرو کہ نقطہ س سے اب پر عمود نکالنا منظور ہے مرکز ا اور نصف
قطر اس پر اب کی نیچے کیطرف ایک قوس کھینچو اور مرکز ب اور نصف
قطر ب س پر بھی ایک قوس کھینچو جو
پہلی قوس کو قطع کرے پس جو خط نقطہ تقاطع اور س میں ملیگا وہ س د کو عمود اب پر بناویگا

سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۹۶۰ و ۱۲۸۰ گز کے ہوں
اور مثلث قائم الزاویہ کی راس سے ایک عمود مقابل کے ضلع پر نکالو
(۲) زاویہ منفرجہ اب س ۱۳۵ درجہ کا بناؤ اور اب کو بقدر ۲۵۲ کی اور ب س کو بقدر ۲۰۰ کی لو اور
نقطہ س سے عمود اب پر بغیر ب س کے خارج کرنیکے اور نقطہ ا سے ب س پر عمود نکالو اور
ان دونو کو خارج کرو جب تک کہ وہ آپسمیں ملین

(۶) ایک خط مستقیم معلوم کا متوازی ایک خط مستقیم نقطہ معلوم سے نکالو
فرض کرو کہ خط اب کا نقطہ س سے متوازی نکالنا منظور ہے
اب کی طرف ب سے جو زیادہ دور س سے ہے خط مستقیم ب س کھینچو اور نقطہ ب کو مرکز اور کسی
نصف قطر ب م پر ایک قوس م ن زاویہ اب س کے محاذی کھینچو اور مرکز س پر اور نصف قطر
س د پر جو برابر پہلی نصف قطر ب م کی ہو ایک
قوس رص برابر قوس ب م کی کھینچو اور س اور
ص با بن خط ملاکر کھینچو تو وہ متوازی اب کا ہوگا

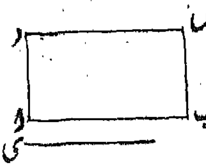


سوالات مشق

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ بناؤ جسکے ضلاع جو عمود ایک دوسرے پر ہیں ۲۷ اور ۲۴½
ہوں اور زاویہ قائمہ کی راس سے ایک خط متوازی تیسرے ضلع کا کھینچو

(۶) ایک زاویہ حادہ ا ب س کا ۴۵ کے قریب بناؤ اور ا ب کو ۱۷ اور ب س کو ۲۴½ بناؤ اور درمیان زاویہ کے کوئی سا نقطہ مقرر کرو اور اوس نقطہ سے دو خط متوازی اضلاع زاویہ کے کھینچو

(۷) ایک مستطیل بناؤ جسکا طول اور عرض معلوم ہے



فرض کرو کہ ا ب طول معلوم ہے اور ج عرض معلوم ہے

نقطہ ب سے ا ب پر عمود ب س برابر ج کے بناؤ

اور س کے مرکز پر نصف قطر برابر ا ب کے لیکر ایک قوس کھینچو اور ا کے مرکز پر نصف قطر برابر ج کے لیکر ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ د پر قطع کرے اور ا د اور س د ملاؤ تو مستطیل مطلوب بنجاویگا

سوالات مشق

(۱) ایک کھیت قائم الزاویہ بناؤ جسکے طول میں ۱۲۰۰ گز ہی اور عرض میں ۵۶۵ گز ہی ہوں

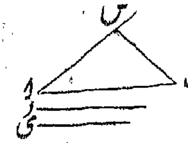
(۲) ایک فرش شبیہ بالمعین کی شکل کا ۲۶ فٹ ۶ انچہ لنبا اور ۱۶ فٹ ۸ انچہ چوڑا بناؤ

(۳) اس خط مستقیم ا ــــ ب پر ایک مربع بناؤ اور اسکے دو قطر کھینچو اور انکے نقطہ تقاطع کو مرکز مقرر کرکے دائرہ کھینچو جو مربع کے زاویوں پر گذرے

(۸) ایک مثلث بناؤ جسکے تینوں ضلع معلوم ہیں اور ان ضلعوں میں سے دو ملکر تیسرے سے بڑے ہیں

فرض کرو کہ ا ب اور د اور ج تین اضلاع معلوم ہیں

نقطہ ا کے مرکز پر نصف قطر برابر د کے لیکر ایک قوس کھینچو اور ب کے مرکز پر نصف قطر برابر ج کے لیکر ایک قوس کھینچو جو پہلی قوس کو نقطہ س پر قطع کرے ملاؤ ا س اور ب س پس ا ب س مثلث مطلوب حاصل ہوگا



سوالات مشق

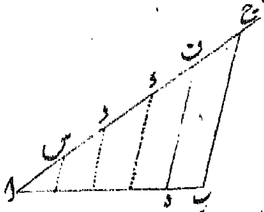
(۱) ایک مثلث بناؤ جسکے اضلاع ۱۷ و ۲۳ و ۵۴ ہوں

(۲) ایک مثلثی شکل بناؤ جسکے اضلاع ۹۷ و ۲۳ و ۶۷ جریب ہوں

(۳) ایک مثلث متساوی الساقین بناؤ جسکا قاعدہ ۲۱۵۶ ہو اور ہر ایک برابر ساق ۴۲۷۹ ہو

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ مساوی الساقین ایسا بناؤ کہ جسکے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہوں
انمیں سے ہر ایک ۲۰.۵ فیٹ ہو

(۵) اس خط مستقیم ب ـــــ ا پر ایک مثلث متساوی الاضلاع بناؤ اور اوسکے زاویوں کے
سروں سے خطوط متوازی مقابل کے ضلعوں کے نکالو اسطرح سے کہ ایک
اور مثلث بنجاوے



(۶) کسی ایک برابر حصوں میں ایک خط مستقیم اب کو تقسیم کرو
فرض کرو کہ اب کو پانچ برابر حصوں میں تقسیم کرنا ہے
نقطہ ا سے ایک خط اج زاویہ اب پر بناتا ہوا کھینچو اور اسپر ایک نقطہ س مقرر کرو اور
س د اور دی وغیرہ برابر اس کے قطع کرو یہاں تک کہ اج پانچ برابر حصوں میں تقسیم ہو اور
ملاؤ ب ج اور نقطہ ق سے ق ہ متوازی ب ج کا کھینچو تو ب ہ پانچواں حصہ اب کا قطع ہوگا
اسیطرح سے ایک خط اور حصوں میں تقسیم ہو سکتا ہے جنمیں نسبت معینہ ہو

سوالات مشق

(۱) شکل گذشتہ میں ایک خط برابر اج کے کھینچکر اوسکو چھہ برابر حصوں میں تقسیم کرو
(۲) ایک ڈیڑھ انچ کے خط کو سات برابر حصوں میں تقسیم کرو
(۳) ۳ انچہ لنبا خط ۳½ انچہ طول کو تعبیر کرتا ہے تو خط کو ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ ہر ایک حصہ ایک
اور ½ انچہ کو تعبیر کرے
(۴) اب سے طول میں ڈیوڑھا خط شکل گذشتہ میں لیکر اوسکو تین ایسے حصوں میں تقسیم کرو کہ
انمیں نسبت ایسی ہو جیسی کہ ان اعداد ۲ و ۳ و ۳½ میں نسبت ہے

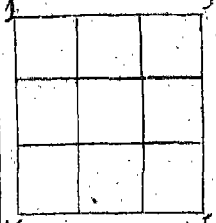
فصل سوم

متوازی الاضلاعوں کی مساحت

رقبہ اوسے کہتے ہیں کہ کسی شکل کی سطح کو اعداد میں بیان کریں اور اوسکی پیمایش کے لئے پیمانہ مربع تجویز ہوا ہے

اور مربع طول کے پیمانہ سے حاصل ہوتا ہے

فرض کرو کہ ایک شکل مربع ا ب س د ہے اور اسکے سطح کو اعداد میں بیان کرنا چاہتے ہیں یعنی اسکا رقبہ دریافت کرنا چاہتے ہیں اگر ہر یک ضلع مربع کا ایک انچ ہو جیسا کہ



نقش الاد میں شکل کے اندر بنا ہوا ہے تو طول بھی ا د ایک انچ ہے اور عرض بھی ا ب ایک انچ ہو تو مربع کا رقبہ ایک انچ مربع کہلاتا ہے

فرض کرو کہ ا ب اور ا د میں سے ہر یک ایک گز کو تعبیر کرتا ہو تو سطح ا ب س د کی ایک مربع گز ہوگی اور وہ فٹ مربعوں میں اسطرح تقسیم ہو سکتی ہے کہ ا د کو کہ ایک گز طول میں ہے تین ٹکڑوں میں جنمیں سے ایک گز بنتا ہے تقسیم کرو اور سطح ا ب کو بھی برابر تین حصوں میں تقسیم کرو تو ایک سطح تین فٹ طول اور تین فٹ عرض میں حاصل ہوئی اور نقاط تقسیم سے خطوط متوازی کھینچو پس سطح ایسے مربعوں میں تقسیم ہوگی جنمیں سے ہر یک ایک فٹ لمبا اور ایک فٹ چوڑا ہے

اب سب سے اوپر کے صنف میں مربع اسقدر ہیں جسقدر ا د میں فٹ ہیں یعنی ۳ مربع فیٹ ہیں صنفیں اتنے ہیں کہ جتنے فیٹ ا ب میں ہیں یعنی تین صنفیں پس کل شکل میں اتنی مربع ہونگی جتنی کہ ایک صنف کے تین مربع فٹ کو چند کرنے سے حاصل ہوتے ہیں یعنی ۹ مربع فیٹ ہیں پس ایک مربع گز برابر ہوا ۹ مربع فیٹ کی ایک غلطی عوام کی یہہ ہے کہ وہ یہہ جانتے ہیں کہ ۵ فٹ کو ۳ فٹ میں ضرب دیں تو ۱۵ مربع فٹ حاصل ہوتے ہیں اس صورتمیں درحقیقت فٹ فٹ سے نہیں ضرب دیا جاتا اور نہ فٹ فٹ میں ضرب دئے جانے سے کچھ پیدا کرتا ہے بلکہ اوسکے مطلب یہہ ہوتا ہے تا کہ ایک صنف پانچ ایسے مربعوں کی جنمیں سے ہر یک ایک مربع فٹ ہے سہ چند کیجاتی ہے

(۲) جدول ذیل سے معلوم ہوگا کہ کون کونسے مربع پیمانے ہیں اور اونمیں آپسمیں کیا نسبت ہے

جدول مربع پیمانونکی

۱۴۴ مربع انچ = ۱ مربع فٹ

۹ مربع فٹ = ایک مربع گز کے

۳۰¼ مربع گز یا ۲۷۲¼ مربع فٹ = ایک مربع پول یا روڈ یا پرچ

۴۰ پول = ایک روڈ زمین کے

۴ روڈ یا ۴۸۴۰ مربع گز یا ۱۰۰۰۰۰ مربع کڑی = ایک ایکڑ زمین کے

۶۴۰ ایکڑ = ایک مربع میل کے

یہہ سب پیمانے انگریزی بیان ہوئے اب ہندوستانی پیمانون کی کیفیت سناتے ہین

۲۰ انوانسی = ۱ کچوانسی

۲۰ کچوانسی = ۱ بسوانسی

۲۰ بسوانسی = ۱ بسوہ

۲۰ بسوہ = ۱ بگہہ

پیمایش بسوانسی تک لکہی جاتی ہے کچوانسی اور انوانسی کچہہ لکہی نہین جاتی

جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک جریب عرض مین ہو اوسکو ایک بگہہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک جریب طول مین اور ایک گٹہہ عرض مین ہو اوسکو بسوہ کہتے ہین اور جو کہیت ایک گٹہہ طول مین اور ایک گٹہہ عرض مین ہو اوسکو ایک بسوانسی کہتے ہین پس اسسے معلوم ہوا کہ ایک بسوہ مین ۲۰ بسوانسی اور ایک بگہہ مین چارسو بسوانسی ہوتی ہین اگر جریب اور گٹہہ کے لئے شکل اوسیطرح بناوین جسطرح دفعہ ا مین بنائی ہے تو اوسکا بیان خوب روشن ہو جاویگا ا د کو ایک جریب سے تعبیر کرین اور اوسکو بیس حصون مین تقسیم کرین اور اسیطرح ب د کو بیس حصون مین تقسیم کرین اور خطوط متوازی کہینچین تو چارسو مربع ایک بگہہ مین بنینگے اور ان مربعون مین سے ہر یک ایک بسوانسی ہوگی اس بات کو طالب علم خوب یاد کرلیں کہ جب جریب کو جریب مین ضرب دیتے ہین تو بگہہ حاصل ہوتا ہے

اور جب جریب کو گٹہہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوہ اور جب گٹہہ کو گٹہہ مین ضرب دیتے ہین تو بسوانسی یہہ بات محاورہ کے موافق کہی جاتی ہے کہ جریب کو گٹہہ مین ضرب دینے سے بسوہ حاصل ہوتا ہے مگر درحقیقت اسکے یہہ معنی ہین کہ اگر کہیت ایک جریب یعنی ۲۰ گٹہہ طول مین اور ایک گٹہہ عرض مین لیا جاوے تو بیس مربع ایسے بنینگے جنکا

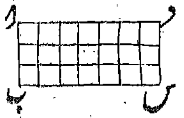
ایک گٹھہ طول اور ایک گٹھہ عرض ہے یعنی ۲۰ بسوانسی کا ایک بسوہ ہوتا ہے

(۳) ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

ایک ضلع کے طول کو مقابل کے ضلعوں کے عمود کا فاصلہ مین ضرب دیو یہہ دونو اجزا ضربی یکجنس

پہلی مثال ایک مستطیل فرش ۷ فیٹ لنبا اور ۳ فیٹ چوڑا ہے تو بتاؤ اوسمین کتنے مربع فیٹ ہونگے



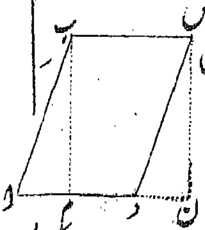
فرض کرو کہ طول ا د ۷ فیٹ ہے اوسکو برابر ۷ حصوں مین تقسیم کرو

اور عرض ا ب ۳ فیٹ ہے اوسکو تین برابر حصوں مین تقسیم کرو

چونکہ شکل مستطیل ہے اسلیئے اوسمین تین صنفین مربعونکی ہونگی اور ہر صنف مین ۷ مربع ہونگے اسواسطے رقبہ

۷ مربع فیٹ × ۳ یا ۲۱ مربع فیٹ ہونگے تم مربعے کے لئے لکھا جاویگا

دوسری مثال متوازی الاضلاع ا ب ج د شبیہ بالمعین ہے اور ضلع ب ج



۱۸ انچہ ہے اور عمود ب م یا ج ن ۳ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ کیا ہوگا

اب ذرا غور سے شکل دیکھو تو ظاہر ہوگا کہ رقبہ ا ب ج د کا

برابر مستطیل ب م ن ج کے ہے اسلیئے کہ ایک طرف سے مثلث ب ا م جیسا قطع ہوا ہے ویسا ہی اوسکے

برابر دوسری طرف مثلث ج د ن زیادہ ہوگیا ہے

پس رقبہ مطلوبہ وہی رقبہ ہے جو ب م ن ج کا ہے اور اوسکا رقبہ کیا ہے کہ طول ب ج مین جتنے انچہ

ہین اوتنے مربع انچ لو اور اونکو ب م کی تعداد انچہوں مین ضرب دو یا طول ب م مین جسقدر انچہ ہین

اتنے مربع انچہ لیکر اونکو ب ج کی تعداد انچہونمین ضرب دو یعنی ۱۸ مربع انچہ × ۳۶ یا ۳۶ مربع انچہ × ۱۸ =

۶۴۸ مربع انچہ یا ۴ ۱/۲ مربع فیٹ کے یہی جواب ہمارے سوال کا ہے

انتباہ

اکثر متوازی الاضلاعوں کے بڑے ضلعوں کے درمیان کا عمودی بعد معلوم ہوتا ہے اور وہی عرض متوازی الاضلاع کا

کہلاتا ہے اسلیئے عام قاعدہ متوازی الاضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ بیان کیا جاتا ہے کہ طول کو عرض مین ضرب دو

تیسری مثال ایک کہیت مستطیل ۸۲۵ کڑی طول مین اور ۴۳۰ عرض مین ہے تو بتاؤ اوسکے اندر کے ایکڑ زمین ہے ۸۲۵ م کڑی × ۴۳۰ = ۳۵۴۷۵۰ م کڑی اور ایک ایکڑ زمین ۱۰۰۰۰۰ م کڑی ہوتے ہین

اسلئے سطح جو دریافت ہوئی اوسکو ۱۰۰۰۰۰ پر تقسیم کرنا چاہئے اور اس تقسیم کے معنی عشاریہ مین یہی ہین کہ دائین طرف سے پانچوین درجہ پر علامت عشاریہ مرقوم کرین پس ۳۰۵۴۷۵ ایکڑ حاصل ہوئے اور یہہ برابر ہین ۳ ایکڑ ۲ روڈ ۲۴ پرچ کی

چوتھی مثال طول ایک متوازی الاضلاع کا ۱۶ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور عرض ۵ فٹ ۷ انچہ اوسکا رقبہ دریافت کرو اول ترکیب ۱۶ ۱۱/۱۲ م فٹ × ۵ ۷/۱۲ = ۹۴ ۵۵/۱۴۴ م فٹ یا ۹۴ م فٹ ۶۵ م انچہ یہہ جواب ہے

دوسری ترکیب وہ ہے جسکو ضرب اثناعشری کہتے ہین

۱۶ م فٹ	۱۱ بارہوین
۵	۷
۸۴	۷
۹	۱۰ ۵
۹۴ م فٹ	۵ بارہوین ۵ انچ

سمجھو کہ یہہ عمل کیا ہے کہ ۱۶ فیٹ اور ۱۱ بارہوین ایک م فٹ کو پچگینا کرنا اور سات بارہوین دفعہ لینا ہے اب اول پچگینا کرنے کا عمل اسطرح کرو کہ ۵ کو ۱۱ بارہوین مین ضرب دو تو حاصل ۵۵ بارہوین حصے ہوے جو برابر ۴ م فٹ اور ۷ بارہوین حصون کے ہین ۷ بارہوین حصونکو نیچے لکہو اور ۵ کو ۱۶ مین ضرب دیکر حاصل ضرب ۸۰ کے ساتہہ پہلے حاصل کو جمع کرو اور ۸۴ م فٹ نیچے لکہو اب ۷ بارہودن مین ضرب دینا ہا تو ۷ بارہودن کو گیارہ بارہودن مین ضرب دیا تو مربع فٹ کے بارہوین حصے کے ۷۷ بارہوین حصے حاصل ہوے یعنی ۶۵ بارہوین حصے ایک م فیٹ کے اور ۵ بارہوین حصے کے بارہوین حصے اب اون حصون کو انچہ کے درجے مین لکہو اور ۶ حاصل جانو اور پہر سات بارہو نکو ۱۶ مین ضرب دیا تو ۱۱۲ بارہوین حصے حاصل ہوئے اور انکے ساتہہ پہلے ۶ بارہوین حصے ملائے تو ۱۱۸ بارہوین حصے ہوگئے ۱۰ بارہوین حصہ اور ۹ م فٹ ہوئے پس انکو اپنے اپنے درجہ مین لکہکر جمع کرو

اصل معنی تو عمل کے یہی ہین جو ہم نے بیان کئے مگر جسقدر عمل کی ضرورت پڑتی ہے وہ فقط اتنی ہے کہ

پہلی دفعہ ضرب مین ایک دفعہ بارہ پر تقسیم کرین اور دوسرے عدد کے اندر ضرب دینے مین دو دفعہ بارہ پر تقسیم کرین پہلے مین ضرب دی تو گیارہ پنجے ۵۵ ہوئی ١٢ پر تقسیم کیا تو ٤ بچے اور ٤ حاصل ہوئے ٤ کو نیچے بارہوان حصونکی لکھدیا اور حاصل کو ١١٦ اور ۵ کے حاصل ضرب ٨٠ کے ساتھہ جوڑ کر ٨٤ لکھدیے اب دوسرے ضرب شروع کی گیارہ ستے ستر ہوئے ١٢ پر تقسیم کیا تو ۵ بچے اور ٦ حاصل ہوئے پانچ کو دائین طرف علیحدہ ایکمرتبہ کے فاصلہ پر لکھدیا اور پھر ٧ کو ١٦ مین ضرب دیا تو ١١٢ حاصل ہوئے اور ٦ پہلے حاصل کے ملائے تو ١١٨ ہوئے انکو بارہ پر تقسیم کیا تو ٩ حاصل ہوے اور ١٠ بچے اونکو لکھدیا تو صحیح یہہ حاصل ہوا کہ ٩٤ م فٹ اور ۵ بارہوین م فٹ اور ۵ م انچھہ

اکثر لوگ پڑہنے مین حاصل کی غلطی کرتے ہین اور یون پڑہتے ہین کہ ٩٤ م فٹ اور ۵ م انچھہ اور ۵ حصے ۵ بارہوین م فٹ کو ۵ انچھہ ٹھہرانا غلط ہے اونکو م فٹ ہی پڑہنا درست ہے

پانچوین مثال $7\frac{1}{2}$ انچھہ تختہ کا کیا طول رکہین کہ وہ ایک مربع فٹ ہو

$7\frac{1}{2}$ انچھہ × طول کے تعداد انچ مین = ١ م فٹ یا ١٤٤ م انچھہ اسواسطے

١٤٤ م انچھہ ÷ $7\frac{1}{2}$ م انچھہ = $19\frac{1}{5}$ انچھہ یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک مربع صحن کا رقبہ $42\frac{1}{4}$ مربع گز ہے تو بتاؤ اوسکے ہر ضلع کا کیا طول ہے

طول × عرض = مربع طول کی اسلئے کہ طول اور عرض دو نو برابر ہین پس جب طول کا مربع $42\frac{1}{4}$ ہے تو خود طول جذر $42\frac{1}{4}$ کا ہوگا اور اسلئے وہ برابر ہوگا $6\frac{1}{2}$ گز کے یہی جواب ہے

ساتوین مثال ایک کہیت مستطیل ١۵ جریب ٢ گٹھہ طول اور ١٣ جریب ٢ گٹھہ عرض ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ

مفصل عمل یہہ ہے کہ ١٣ جریب کو ٢ گٹھہ مین ضرب دی تو ٢٦ بسوہ حاصل ہوئے ٦ بسوہ لکھے اور حاصل کو ١٣ اور ١۵ کے حاصل ضرب ١٩۵ بیگہ کے ساتھہ ملالیا اور پھر ٢ کو ٢ مین ضرب کیا تو ٤ بسوانسی حاصل ہوئین اونکو دائین طرف ایک درجہ چہوڑ کر لکھدیا اور پھر ٢ کو ١۵ مین ضرب دیا

جریب ١۵		٢ گٹھہ		
١٣	″	٢		
١٩٦	″	٦		
١	″	١٠	″	٤
١٩٧ بیگہ	″	١٦ بسوہ		٤٠ بسوانسی

تو ۳۰ بسوہ جسکے ۱۰ بسوہ ایک بیگہہ ہوئے وہ لکہدئے اور دونو حاصل ضربونکو جمع کرلیا

آٹھوین مثال ایک مستطیل کہیت کا رقبہ ۳۰ بیگہہ ہے اور ۵ جریب کہیت چوڑا ہے تو طول اسکا کیا ہوگا

۳۰ بیگہہ ÷ ۵ جریب = ۶ جریب یہہ طول اسکا ہے

پانچوین اور آٹھوین مثال سے لڑکونکو یہہ سمجھنا چاہیے کہ جب کسی متوازی الاضلاع کا رقبہ اور طول اور عرض مین سے کوئی ایک معلوم ہو دوسرے کے دریافت کرنیکا قاعدہ یہہ ہے کہ رقبہ کو طول یا عرض پر جو معلوم ہو تقسیم کرین خارج قسمت طول یا عرض ہوگا عرض جو مجہول ہوگا وہ دریافت ہوگا

اور چھٹی مثال سے یہہ جاننا چاہیے کہ جب مربع کا رقبہ معلوم ہو تو اوسکے ایک ضلع کے طول معلوم کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ رقبہ کا جذر نکالین

مثالین مشق کی واسطے (۱)

طالب علمونکو چاہیے کہ موافق سوالات کی ایکسی شکلین بنائین

(۱) ایک مستطیل کہیت ۳۷ جریب لنبا اور ۳۲ جریب چوڑا ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۱۸۴ بیگہہ

(۲) ایک فرش مستطیل ۱۸ فٹ سے ۱۶ فیٹ ہے تو بتاؤ اسمین کے مربع گز ہین جواب ۳۲

(۳) ایک مربع کا ضلع ۱۷ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۲ م فٹ ۱ انچہ

(۴) ایک مربع کا ضلع ۲۳۳ انچہ ہے اوسکا رقبہ م فٹ مین بتلاؤ جواب ۱/۹ ۳۶۷۶۳ م فٹ

(۵) ایک مستطیل ۴۹ فٹ طول مین اور ۲۳ ۱/۲ عرض مین ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۲۷ م گز ۷ فٹ ۷۲ انچہ

(۶) ایک قبر کا تختہ اوپر کا ۳ فٹ ۷ انچہ سے ۳ فٹ ۵ انچہ ہے اوسکے اوپر کی سطح بتلاؤ جواب ۱۲ م فیٹ ۳۵ انچہ

(۷) ایک متوازی الاضلاع ۷ فیٹ ۵ انچہ طول مین اور ۶ فیٹ ۸ انچہ عرض مین ہے اوسکا رقبہ بوسیلہ ضرب اثنا عشر کے بتلاؤ جواب ۴۹ م فیٹ ۵ بارہوین ۴ انچہ

(۸) ایک مستطیل ۵ گز ۲ انچہ سے ۵ فیٹ ۶ انچہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے

جواب ۹م گز ۴ فیٹ ۱۰۲ انچہ

(۹) ایک کہیت مین ۹۲۰ گز کی طول مین اور ۷۵۵ عرض مین ہے اوسمین کتنے ایکڑ زمین ہوگی

جواب ۶ ایکڑ ۳ روڈ ۳۶،۳۱ پول

(۱۰) ایک مربع کا ضلع ۲ فیٹ ۵ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۵م فیٹ ۱۲۱م انچہ

(۱۱) ایک متوازی الاضلاع شبیہ بالمعین ہے اور اوسکا طول ۱۳ فیٹ ۹ انچہ اور ۷ فیٹ ۳ انچہ عرض ہے اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے نکالکر بتلاؤ جواب ۹۹م فیٹ ۸ بارہوین ۳ انچہ

(۱۲) ایک مربع کا ضلع ۱۰ ۱/۲ فٹ ہے اوسکا رقبہ مربع گزون مین دریافت کرو جواب ۱۲ ۱/۴

(۱۳) ایک باغ مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۱۴۵ گٹہ ہے تو بتلاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا

جواب ۵۲ بیگہ ۱۱ بسوہ ۵ بسوانسی

(۱۴) اوس معین کا رقبہ بتلاؤ جسکا ایک ضلع ۲ فٹ ۴ انچہ ہے اور عرض عمودی ۱۹،۳۲ انچہ

جواب ۱م فٹ ۱۶،۹۹ ۱ انچہ

(۱۵) جو شبیہ بالمعین کا طول ۱۵،۵ گز اور عرض ۳ فٹ ۶ انچہ ہے اوسکے رقبہ مین مربعے گز بتلاؤ جواب ۱/۴ ۶،۰۰۸ گز

(۱۶) ایک مربع کا ضلع ۵ فٹ ۵ ۱/۲ انچہ ہے اوسکا رقبہ ضرب اثنا عشری سے بتلاؤ
جواب ۲۹م فٹ ۹ بارہوین ۶ ۱/۴ انچہ

(۱۷) متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ۵/۲ گز اور اوسکا عمودی فاصلہ دوسرے ضلع سے ۲۵ ۳/۴ انچہ ہے تو اوسکی سطح بتلاؤ جواب ۴م فٹ ۸۴ انچہ

(۱۸) ایک مستطیل کمرہ ۱۴ فٹ ۷ انچہ طول مین اور ۱۲ فٹ ۸ انچہ عرض مین اور ۱۳ انچہ بلندی مین ہے تو بتلاؤ اوسکی چہت اور دیوارون مین کسقدر سطح ہوگی

جواب ۸۵۲م فٹ ۴ بارہوین ۲ انچہ

(١٩) اگر ایک صندوق کا عرض و طول و ارتفاع ہر ایک ٣ فٹ ۵ انچہ ہو تو اوسپر
چمڑا چاروں طرف کسقدر چڑہیگا جواب ٧٠ م فٹ ٦ انچہ
(٢٠) ایک مستطیل ١٤ فٹ چوڑا رقبہ میں برابر ایک اور مستطیل کے ہے جو ٣٠ فٹ لنبا
١٧ ١/٢ فٹ چوڑا ہے تو بتلاؤ اوسکا طول کیا ہوگا جواب ٣٥ فٹ
(٢١) ایک دالان ١٧ ١/٤ گز لنبا اور ٣ ١/٢ گز چوڑا ہے اوسکی فرش کے لئی کسقدر کپڑا درکار ہوگا جواب ٦٠ ٣/٨ گز
(٢٢) ایک کمرہ ١٥ فٹ ٩ انچہ سے ١٣ فٹ ٨ انچہ ہے تو اوسمیں ٣/٤ گز عرض کا بوریا جو ٣ ر
٩ پائی گز آتا ہے کتنے کا لگے گا جواب ٧ روپیہ ٧ ر ٧ پائی
(٢٣) ایک شیشہ ٣ فٹ ایک انچہ لنبا ٢ فٹ ١٠ انچہ چوڑا ہے اور ٨ چھٹانک ایک فٹ مربع کا
وزن ہوتا ہے تو بتلاؤ اوسکا وزن کیا ہے جواب ٤ سیر ۵ چھٹانک اور کچھہ اوپر
(٢٤) جس مربع کا رقبہ ٣٠ ١/٤ گز ہے اوسکا ضلع دریافت کرو جواب ۵ ١/٢ گز
(٢۵) ایک مربع برابر ایک مستطیل کے ہے جو ١٧ گز لنبا اور ١٦ گز چوڑا ہے تو بتاؤ اوسکا ضلع کیا ہوگا
جواب ١٦٫٤٩٢ گز
(٢٦) ایک مکان ٢٧ گز ۵ گرہ طول میں اور ١٩ گز ۵ گرہ عرض میں ہے تو بتاؤ ١۵ گرہ عرض کا کپڑا
اور ٤٠ گز کا کتنا اور کتنے کا اوسکے فرش میں لگیگا جواب ۵٠٩ گز ٢ گرہ اور ١٤٣ روپیہ ٢
(٢٧) ایک کہیت مستطیل ہے اوسکا رقبہ ۵ ١/٤ ایکڑ ہے اور اوسکا طول ٨٠٤ کڑی ہے اسکا عرض دریافت کرو
جواب ٦۵٣ کڑی تقریباً
(٢٨) ایک مربع کا رقبہ ۵ فٹ مربع ١٠ بارہویں ٨ ١/٤ انچہ ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ٢ فٹ ٤ ١/٢ انچہ
(٢٩) رقبہ ایک مستطیل کی سطح کا ایک مربع انچہ کے پینتالیس ٤۵ سو میں حصے ہیں اور اوسکا عرض برابر ہے
۵٤ ہزار ویں حصے ایک فٹ کی تو ثابت کرو کہ ٦٩٤ء انچہ اوسکے ضلع کا طول ہے
(٣٠) ایک شبیہ بالمعین کے اضلاع اب اور ب س ٣٨ اور ١٨ ہیں اور عمود جو ا

سے ب س پر نکالا جاوے ۱۰ آہے تو اوس عمود کو بتلاؤ کہ س سے ا ب پر نکالا جاوے جواب ۶

(۳۱) ایک دالان ۱۹ فٹ ۶ انچہ سے ۱۵ فٹ ۹ انچہ ہے تو ۵۴ گز کپڑا کس عرض کا اوسکی فرش کے لئے کافی ہوگا جواب ۲۲ ۳/۴ انچہ

(۳۲) ۳۲ تختے کاغذ کے ۲ فٹ ۴ انچہ طول مین اور ۱ فٹ ۹ انچہ عرض مین ایک دیوار کو بالکل منڈہتے ہین تو بتاؤ اوس دیوار پر ۴ فٹ ۸ انچہ لنبی اور ۳ فٹ ۴ انچہ چوڑی تختی کتنی منڈہی جاینگی جواب ۹

(۳۳) ایک مکان کے ۶ کواڑ ہین اور ہر کواڑ مین ۱۲ شیشے ہین اور ہر شیشہ ۱۵ ۱/۲ انچہ سے ۹ ۳/۴ انچہ ہے تو بتاؤ شیشون کے اجلوائی فی مربع فٹ کس حساب سے دین کہ ہمارے صرف ۱۳ ر ۲ ۱/۲ پائی صرف ہون جواب ۹ پائی

(۳۴) موہن کے پاس ایک کہیت ۷۵ ۶ گز لنبا ۵۰.۷ گز چوڑا ہے اور سوہن کے پاس بہی ایک کہیت مربع کی شکل کا ہے تو بتاؤ کسکو مینڈبندی کا بحساب ۹ پائی فی روڈ کے حساب سے زیادہ دینا پڑیگا اور کسقدر زیادہ دینا پڑیگا جواب سوہان ۸

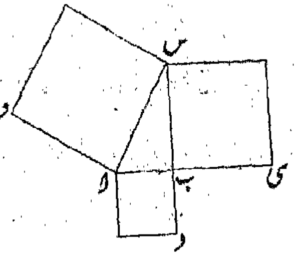
(۳۵) ایک کمرہ ۱۲ فٹ ۱۰ انچہ لنبا اور ۱۲ فٹ ۴ انچہ چوڑا اور ۸ فٹ ۴ انچہ بلند ہے اور اوسکے اندر ایک دروازہ ۶ فٹ ۹ انچہ سے ۲ فٹ ۱۱ انچہ ہے اور ایک کہڑکی ہے ۴ فٹ ۹ انچہ سے چار فٹ ۲ انچہ اور ایک انگیٹھی ہے ۳ ۱/۲ فٹ بلند اور ۳ فٹ چوڑی اور دو الماریان دیوار مین ہین جنمین سے ہر ایک ۶ فٹ ۴ انچہ سے ۲ فٹ ۸ انچہ ہے اور ان الماریون کے چارون طرف ۷ انچہ لگر ہے اب چاہتے یہہ ہین کہ سارے کمرونکو کمخواب سے سوا دروازون وکہڑکی وغیرہ کے منڈہین تو بتاؤ کتنا کمخواب صرف ہوگا جواب ۳۱۲ مربع فٹ ۱۰ بارہوین ۸ انچہ

فصل چہارم

مثلث قائم الزاویہ کے اضلاع

(۱) اکثر مثلث قائم الزاویہ کے تینون ضلعون کا نام اسطرح سے لیا کرتے ہین کہ ایک کو قاعدہ کہتے ہین دوسرے کو عمود تیسرے کو وتر زاویہ قائمہ کے گرد جو اضلاع ہون اونمین سے جب ایک کو قاعدہ کہینگے تو دوسرے کو عمود اور زاویہ قائمہ کے سامنے جو ضلع ہوا وسے وتر

اب ہر مثلث قائم الزاویہ کے ضلعوں کی یہہ خاصیت ہی کہ اسکے بڑے ضلع پر جو مربع بنایا جاتا ہے وہ برابر ہوتا ہے مجموعہ دو مربعوں کو جو اور باقی اضلاع پر بنائے جائیں



مثلاً مثلث قائم الزاویہ ا ب س کے ضلعوں پر جیسے ا د اور س ی اور س ق بنائے جائیں تو رقبہ س ق کا برابر ہوگا مجموعہ ا د اور س ی کے یہہ مربعوں کے مساوات اکثر اسطرح بیان کیجاتی ہے کہ اب٢ + ب س٢ = ا س٢

یہہ جو ٢ کا ہندسہ اوپر حرفوں کے لکھا ہوا ہے اوسے مراد وہ دو برابر جز ضربی ہیں کہ جنمیں سے ایک پیمانہ عددی ایک خط کا ہے اور ان دونوں کے باہم ضرب دینے سے رقبہ اوس خط کے مربع کا پیدا ہوتا ہے اور اس جملہ کو پڑہتے اسطرح سے ہیں کہ ا ب کا مربع جمع ب س کا مربع برابر ہے ا ب کے مربع کے

(٢) اگر مثلث قائم الزاویہ کے تین ضلعوں میں سے دو ضلعے معلوم ہوں تو تیسرا ضلع دریافت ہو سکتا ہے

اگر ا ب ٨ ہو اور ب س ١٥ ہو تو ا س ١٧ ہوگا اسواسطے کہ اب٢ + ب س٢ = ٦٤ + ٢٢٥ = ٢٨٩ جسکا جذر ١٧ ہے

اور اگر ا س ١٧ ہو اور ا ب ٨ ہو تو ب س ١٥ ہوگا اسواسطے کہ ا س٢ - اب٢ = ٢٨٩ - ٦٤ = ٢٢٥ جسکے جذر لگانے سے ١٥ حاصل ہونگے

(٣) اگر جذر ضلع مطلوب کے مربع کا ٹہیک نہیں نکلتا مثلاً اگر ا س ١٧ ہو اور ب س ١٢ تو ا ب ١٤٥ کا جذر ہوگا اور وہ تقریباً ١٢٠٠٤١٦ ہے گو یہہ ٹہیک جذر نہیں ہے اگر منظور ہو کہ ایک مثلث قائم الزاویہ ایسا بنائیں کہ اوسکے اضلاع کا طول صحیح صحیح اعداد میں تعبیر ہو اور کچہہ کسر باقی نہ رہے تو اوسکی دو ترکیبیں ہیں

اول ترکیب یہہ ہے کہ مثلث کے ضلعوں کا طول ایسا فرض کریں کہ انمیں نسبت ایسی ہو جیسی کہ اعداد ٣ و ٤ و ٥ میں ہے مثلاً ست گنا ٣ کا اور ست گنا ٤ کا اور ست گنا ٥ کا طول مقرر کرلو تو اگر اضلاع جو

ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۱ و ۲۸ ہوں تو وتر ۳۵ ہوگا اسواسطے کہ $۲۱^۲ + ۲۸^۲ = ۱۲۲۵$ اور یہہ ۳۵ کا مربع ہے
دوسری ترکیب دو عدد ایسے لو کہ جنمیں سے ہر یک مربع ہو پہر ان دونو عددون کو جمع کرکے ایک ضلع کا طول لکہو اور پہر انہیں تفریق کرکے دوسرے ضلع کا اور پہر ان دونون کا جدا جدا جذر لو اور انکو ضرب دیگر حاصل ضرب کا دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو مثلث مطلوب بنجاویگا مثلاً دو مربع عدد ۲۵ اور ۴ لئے اب ان کو جمع کرکے یعنی ۲۵+۴ تو ایک ضلع کا طول اور انکو تفریق کرکے یعنی ۲۵−۴ دوسرے ضلع کا طول اور ان کے جذرون ۵ اور ۲ کو ضرب دیگر اور حاصل ضرب کو دو چند کرکے یعنی ۵×۲ کا دو چند تیسرے ضلع کا طول مقرر کرو تو طول ضلعون کے ۲۹ و ۲۱ و ۲۰ ہونگے اب اضلاع جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۱ و ۲۰ ہوں تو وتر ۲۹ ہوگا اسلئے کہ $۲۱^۲ + ۲۰^۲ = ۸۴۱$ اور اسکا جذر ۲۹ ہے

(۴) یہہ ذکر ہو چکا ہے کہ دو معلوم ضلعون میں جب ایک وتر ہوتا ہے تو وہاں ضرورت دو مربعون کے حاصل تفریق کی دریافت کرنیکی ہوتی ہی اوسکی سہل ترکیب یہہ ہے کہ ان دو عدد کے مجموعہ کو ان دو عدد کے حاصل تفریق میں ضرب دے لو تو ماحصل وہی ہوگا جو ان کے مربعون کے تفریق کرنے سے حاصل ہوتا مثلاً ۱۹ اور ۱۶ کے مربعون کا حاصل تفریق دریافت کرنا ہو تو (۱۹+۱۶) (۱۹−۱۶) یعنی ۱۰۵ ہوگا

(۵) اوپر کے بیانات سے مثلث قائم الزاویہ کے ہر ضلع کے دریافت کرنے کے لئے قواعد ذیل مستنبط ہوتے ہیں

اول قاعدہ اور عمود معلوم ہیں وتر دریافت کرنا منظور ہے

قاعدہ

قاعدہ کے مربع کو عمود کے مربع پر جمع کرو اور حاصل جمع کا جذر نکالو تو یہہ جذر وتر ہوگا

دوم جب وتر اور باقی دو اضلاع میں سے ایک ضلع معلوم ہو اور دوسرا ضلع دریافت کرنا مطلوب ہو

قاعدہ

وتر کے مربع میں سے ضلع معلوم کا مربع تفریق کرو اور حاصل تفریق کا جذر لو یا یہہ کرو کہ وتر اور ضلع معلوم کے مجموعہ کو وتر اور ضلع معلوم کے فرق میں ضرب دو اور ماحصل کا جذر لو دونوں صورتوں میں ماحصل تیسرا ضلع ہوگا

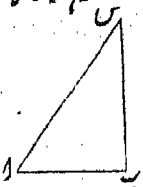
سوم قاعدہ اور عمود میں سے ایک معلوم ہوا اور باقی اضلاع کا حاصل جمع معلوم ہو یا حاصل تفریق تو باقی اضلاع کے دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

قاعدہ اور عمود میں سے جو معلوم ہوا اوسکے مربع کو حاصل جمع پر اگر معلوم ہو تقسیم کرو تو حاصل تفریق اضلاع کا معلوم ہوگا اور اگر حاصل تفریق معلوم ہو تو اوسپر تقسیم کرنیسے حاصل جمع اضلاع کا معلوم ہوگا دونو صورتوں میں اضلاع کا حاصل جمع اور حاصل تفریق معلوم ہوگا اور جب مجموعہ اور حاصل تفریق دو مقداروں کا معلوم ہو گیا تو حاصل جمع کو حاصل تفریق کے ساتھہ جمع کرنے سے دو چند بڑی مقدار کا اور مجموعہ میں سے حاصل تفریق کی تفریق کرنیسے دو چند چھوٹی مقدار کا معلوم ہوگا غرض جدا جدا ضلعے معلوم ہو جاوینگے

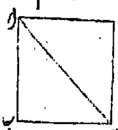
پہلی مثال مثلث قائم الزاویہ اب س کے اضلاع اب اور ب س جو عمود ایک دوسرے پر ہیں ۲۷ اور ۳۶ ہیں اوسکا وتر اس نیلاؤ ۲۷² + ۳۶² = ۷۲۹ + ۱۲۹۶ = ۲۰۲۵ یہہ مربع وتر کا ہے اور جذر ۲۰۲۵ کا اسطرح لکھتے ہیں √۲۰۲۵ = ۴۵ یہہ جواب ہے

دوسری مثال وتر ۱۷۷ ہے اور قاعدہ ۱۴۱ عمود دریافت کرو



۱۷۷² - ۱۴۱² = ۳۱۳۲۹ - ۱۹۸۸۱ = ۱۱۴۴۸ یہہ مربع عمود کا ہے اسیواسطے √۱۱۴۴۸ = ۱۰۶٫۹۹۵ اور تقریباً ۱۰۷ ہے اور دوسری ترکیب یہہ ہے (۱۷۷+۱۴۱) (۱۷۷-۱۴۱) = ۳۱۸ × ۳۶ جسکا جذر ۱۷٫۸۳۲۵ × ۶ = ۱۰۷ تقریباً

تیسری مثال ایک مربع کا ضلع ۲۱۶ گز ہے اوسکے قطر کا طول دریافت کرو اب معلوم ہے کہ اب ۲۱۶ گز ہے اور ب س بھی ۲۱۶ گز ہے چونکہ اب س مثلث قائم الزاویہ ہے تو مجموعہ مربعوں اب اور ب س کا برابر ہے مربع اس کے یعنی ۲۱۶² × ۲ = ۹۳۳۱۲ اور اسکا جذر = ۳۰۵٫۴۷ گز ہے

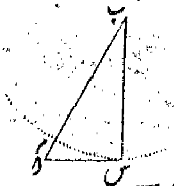


یہی جواب ہے دوسرے طرح یہہ ہے کہ √۲ × ۲۱۶ = ۲۱۶ × ۱٫۴۱۴۲۱۳ = ۳۰۵٫۴۷ گز

چوتھی مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۷ گز ہے اور قاعدہ وتر کا ۷/۱۰ حصہ ہے تو طول وتر کا بتلاؤ چونکہ قاعدہ وتر کا سات دسواں حصہ ہے اصلی قاعدہ کو ۷ اور وتر کو ۱۰ ٹھہرا سکتے ہیں اسواسطے کہ اگر وتر دس

برابر حصون پر تقسیم ہو تو قاعدہ مین ایسے سات حصے ہونگے اور اسواسطے عمود مین ایسے حصے ۷۰۱۴۱۴ ہونگے یعنی $\sqrt{2} \times 5 = \sqrt{50}$ پس جب ۷۰۱۴۱۴ حصے = ۱۷ گز کے تو ۱۰ حصے = ۲۴۰۲۸ گز کے یہی جواب ہے

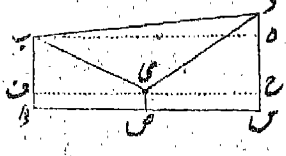
پانچوین مثال ایک زینہ ایک دیوار سے ۲۰ فٹ بڑا ہی اور جب اوسکو زمین پر آٹھہ فٹ کی فاصلہ سے دیوار پر لگاتے ہین تو ٹھیک ٹھیک دیوار کی منڈیر پر پہونچتا ہی تو بتاؤ زینہ کتنا لنبا ہے



فرض کرو کہ اب زینہ کو تعبیر کرتا ہے اور ب س دیوار اب بموجب شرط سوال کے

ا س = ۸ فٹ کی اور فرق اب اور ب س کا یعنی ا م = ۲ جب ہمکو اب اور ب س معلوم ہون تو اب اور ب س کے مجموعہ کو اونکے حاصل تفریق مین ضرب دیکر ا س اور دریافت کر سکتے ہین لیکن ا س^2 = ۶۴ اور اب − ب س = ۲ اسواسطے ۶۴ ÷ ۲ یا ۳۲ = اب + ب س اب ہمکو معلوم ہو گیا کہ وتر اور عمود کا مجموعہ ۳۲ ہے اور انکا فرق ۲ ہے اور اگر ا م فرق کو تعبیر کرے تو ظاہر ہے کہ اب اور ب س کے مجموعہ مین سے ا م کو نکال ڈالین تو ب م + ب س = دوچند ب س کے ہوگا اسواسطے ۳۲ − ۲ = ۳۰ = دوچند ب س کی اسسے معلوم ہوا کہ ب س ۱۵ فٹ ہی اور اب زینہ ۱۷ فٹ ہے یہی جواب ہے

چھٹی مثال ایک بڑے شہر کے کہنڈرون مین دو ستون سیدہے کہڑے رہگئے ہے اور انکے بابین ایک بت اسطرح سے کہڑا ہوا تہا کہ یہہ دونو ستون اور وہ بت ایک خط مستقیم مین تہے اور بلندیان ستونون اور بت کی سطح افقی سے ۶۴ فیٹ اور ۵۰ فیٹ اور ۹ فیٹ ۹ انچہہ اور سر بت کا ستون کلان کی چوٹی سے ۹۷ فیٹ اور ستون خرد کی سر سے ۸۶ فیٹ دور تہا تو بتاؤ دونو ستونون کے درمیان کیا فاصلہ ہے



یہان معلوم ہے کہ اب ۵۰ ہی اور س د ۶۴ ہے اور ص ی ۹۰۷۵ فیٹ ہے اور ب ی ۸۶ فیٹ

اور ی د ۷ ۹ فیٹ ہی نقطہ ی سے ف ح اور نقطہ ب سے ب د متوازی دونو اس
کے کہینچو تو یہہ متوازی اور مساوی اس کے ہونگے ح ج برابر ہی ۶۴ − ۹٫۷۵ = ۵۴٫۲۵
اور ب ق برابر ہی ۵۰ − ۹٫۷۵ = ۴۰٫۲۵ اور وہ برابر ہے ۶۴ − ۵۰ = ۱۴
اور جذر ب ی² − ب ق² = ۷۵٫۹۹۹۶ = ی ق یا ا ص کے اور
جذر د ی² − د ح² = ۸۰٫۴۱۱ = ی ح یا ص س کے اسواسطے ا س یا ب ہ ہے
۱۵۶٫۴۱۰۶ اسکے تو جذر ب ہ² + ہ ا² = ۱۵۷٫۰۳۶ فیٹ کے یہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے (۲)

(۱) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵ اور عمود ۲۰ ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۵

(۲) قاعدہ ۳۰ اور عمود ۱۶ ہے وتر بتلاؤ جواب ۳۴

(۳) قاعدہ ۴ فیٹ ہی اور عمود ۴ فیٹ و ۲ انچہ ہی تو اوسکا وتر کیا ہوگا جواب ۶ فٹ ا انچ

(۴) وتر ۳۵ اور عمود ۲۸ ہے قاعدہ دریافت کرو جواب ۲۱

(۵) قاعدہ ۲۰ اور وتر ۵۲ ہی عمود دریافت کرو جواب ۴۸

(۶) قاعدہ ۲۴ اور عمود ۲۶ ۱/۲ ہی وتر دریافت کرو جواب ۳۵٫۰۸۹

(۷) وتر ۲۹٫۳۲ اور قاعدہ ۲۳٫۸۵۶ ہی عمود دریافت کرو جواب ۱۷٫۵۹۲

(۸) قاعدہ ۷٫۵ انچہ اور عمود ۱ فیٹ ۵ ۳/۴ انچہ وتر دریافت کرو جواب ۱ فیٹ ۶ ۱/۴ انچہ

(۹) قاعدہ اور عمود معلوم ہیں ہر ایک اون میں سے ۱۵ گز ہے وتر دریافت کرو جواب ۲۱٫۲۱۳۲ گز

(۱۰) ایک مستطیل کہیت کے ضلعے ۵۶۳ کڑی اور ۳۶۹ کڑی ہیں اوسکا قطر دریافت کرو
جواب ۶۷۳٫۱۴۹ کڑی

(۱۱) ایک مربع کا ضلع ۷۰ گٹھہ ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب قریب ۹۹ کے

(۱۲) ایک مربع کا قطر ۱ ہے اوسکا ضلع دریافت کیجئے جواب ۰٫۷۰۷۱۰۷

(۱۳) ایک سیڑھی ازینہ کا ۵۳ فیٹ بلند درخت کی پہلنگ پر اسکی جڑ سے ۲۴ گز فاصلہ پر نقطے زمین پر لگا ہوا ہے

تو زینہ کا طول دریافت کرو جواب ۳۷ فیٹ

(۱۴) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور درمیان گلی کے ایک زینہ ۳۱ ۱/۴ گز رکھا ہے وہ ایک طرف تو ۳۰ گز بلند کھڑکی پر پہونچتا ہے اور دوسری طرف بشرطیکہ اوسکی پیر اسی جگہہ پر رہیں ۲۵ گز بلند کھڑکی پر پہونچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۲۷ ۱/۲ گز

(۱۵) ایک گلی کے دو رویہ مکان بنے ہوئے ہیں اور اوسکے اندر زینہ ۳۰ گز کے فاصلہ پر مکانوں کی حد سے ۲۲ ۱/۲ گز بلند کھڑکی پر لگا ہوا ہے اور جب اوسے اپنی جگہہ پر پھیر کر دوسری طرف لگاتے ہیں تو وہ ۳۶ گز بلند کھڑکی پر پہونچتا ہے عرض گلی کا دریافت کرو جواب ۴۰ ۱/۲ گز

(۱۶) دو آدمی موہن و سوہن ایک ہی وقت میں ایک ہی مقام سے چلے موہن تو ٹھیک پورب میں ۴ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے اور سوہن دکھن میں ۴ ۱/۲ میل فی گھنٹہ کی رفتار سے جاتا ہے تو بتاؤ انمیں ۳۰ میل کا فاصلہ کتنی دیر میں ہوگا جواب ۴٫۶۶۴ گھنٹہ

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۵ فیٹ ۴ انچہ ہے اور دوگنا عمود برابر ہے جو گنے وتر کی تو بتاؤ اوسکا عمود کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۷ ۳/۱۴ انچہ

(۱۸) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ضلع ۱ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸۶۶ ۰

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۱۵۴ ہے اور مجموعہ وتر اور عمود کا ۲۴۲ ہے عمود دریافت کرو جواب ۷۲

(۲۰) عمود ۴۸ ہے اور فرق وتر اور قاعدہ کا ۴ ہے تو بتاؤ اوسکا وتر کیا ہے جواب ۲۹۰

(۲۱) قاعدہ ایک مثلث قائم الزاویہ کا پانچواں حصہ مجموعہ وتر اور عمود کا ہے تو بتاؤ کم سے کم کونسے ایسے تین عدد ہیں جو اضلاع مثلث کو تعبیر کریں جواب ۵ و ۱۲ و ۱۳

(۲۲) ایک قصبہ ش قصبہ م سے ۲۱ میل کے فاصلہ پر شمال میں ہے اور ایک شخص مقام آ میں ۴۳ میل مغرب کو قصبہ م سے اور دوسرا شخص مقام ب پر ۲۹ میل مشرق کو قصبہ ش سے رہتا ہے تو بتاؤ ان دونو شخصوں کے مکانوں میں کیا فاصلہ ہے جواب ۷۵ میل

(۲۳) ایک چہڑی ۳۰ فیٹ بلند کہڑی تہی کسی صدمہ سے اوپر کیطرف سے ٹوٹی اور اوسکا سرا اوسکا زمین پر ۱۸ گز کے فاصلہ سے چہڑی کی جڑسے آن لگا تو بتاؤ کسقدر چہڑی اوپر سے ٹوٹی جواب ۲۰ ۲/۵ فیٹ

(۲۴) ایک گلی کا عرض اور زینہ کا طول آپسمین برابر ہین اور زینہ گلی کے عرض مین زمین پر بچہا ہوا پڑا ہے اور جب اوسکے ایک سر کو اوٹہا کر گلی کے ایک طرف مین ۱۵ گز بلند مکان پر لگاتے تو دوسرے سرے کو مقابل طرف کی مکانون سے ۵ فیٹ ہٹانا پڑتا ہے تو بتاؤ طول زینہ کا کیا ہے

جواب ۲۵ فیٹ

فصل پنجم

مثلثون اور منحرفون وغیرہ کے رقبونکے بیان مین

(۱) ایک مثلث کا رقبہ اوس صورت مین کہ قاعدہ اور ارتفاع عمودی مثلث کا معلوم ہے دریافت کرو

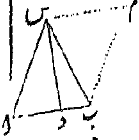
قاعدہ

قاعدہ اور ارتفاع عمودی کا نصف حاصلضرب رقبہ مثلث کا ہوگا

دلیل قاعدہ

یہہ ہے کہ سطح متوازی الاضلاع جسکا قاعدہ اور ارتفاع وہی ہو جو مثلث کا ہے دوچند مثلث سے ہوتی ہے

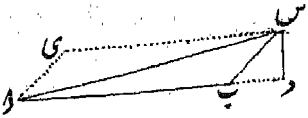
پہلی مثال ایک مثلث کا قاعدہ ۲۶ جریب اور عمودی ارتفاع ۲۸ جریب ہے رقبہ بتلاؤ



فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہے اور ا ب ۲۶ جریب اور س د ۲۸ جریب ہے متوازی الاضلاع پوری بنائی تو اس متوازی الاضلاع کا ایک ضلع ا ب ۲۶ اور اوسکا فاصلہ مقابل کے ضلع سے س د ۲۸ ہے تو رقبہ اوسکا ۲۸ × ۲۶ م ہے لیکن مثلث ا ب س اور س ب م مین سے ہر یک نصف متوازی الاضلاع کا ہے اسواسطے ا س ب کا رقبہ ½ (۲۸ جریب × ۲۶ = ۲۸ جریب م × ۱۳ = ۳۶۴ م جریب = ۳۶۴ بیگہ کی

دوسری مثال ایک مثلث منفرج الزاویہ مین قاعدہ جو زاویہ منفرجہ کے گرد کی اضلاع مین ایک ہے ۱۸ فیٹ ۶½ انچ اور ارتفاع عمودی ۳ فیٹ ۷½ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ کہ کیا ہے

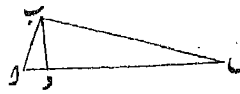
فرض کرو کہ اب س مثلث ہے جسمین اب ۲۲۲ ½ انچہ اور س د ۴۳ ¼ انچہ تو س د ع ض



سطح متوازی الاضلاع ی ب کا ہے اسلیئے رقبہ
مثلث اب س کا کہ نصف متوازی الاضلاع ی ب

کا ہے ½ (۲۲۲ ½ م انچہ × ۴۳ ¼) = ۱۱۱٫۲۵ × ۴۳٫۲۵ = ۴۸۱۱٫۵۶۲۵ م انچہ یا
۳۳٫۴۱۳۴ م فٹ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۰۰ ہے اور ایک ضلع باقی اضلاع مین سے ۹۶ ہے تو وہ حصے
وتر کے دریافت کرو جو زاویہ راس قائمہ سے وتر پر عمود

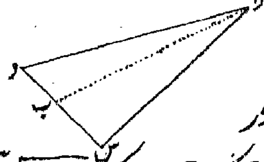


نکالنے سے ہوتے ہین

مثلاً مثلث قائم الزاویہ اب س مین ا س ۱۰۰ ہے اور ب س ۹۶ اسواسطے ۱۰۰² − ۹۶² یا
۱۹۶ × ۴ = ۷۸۴ جسکا جذر ۲۸ = اب

اب ب س کو قاعدہ مانو تو دوچند رقبہ مثلث کا = ۹۶ × ۲۸ اور جب ا س کو قاعدہ مقرر کرین
تو دوچند رقبہ مثلث کا = ۱۰۰ × ب د اسواسطے ۱۰۰ گنا ب د = ۹۶ × ۲۸ یا ب د = ۲۶٫۸۸
پس جب مثلث اب د مین اضلاع اب اور ب د معلوم ہونگے تو ا د = ۷٫۸۴ معلوم ہوگا اور
اسیواسطے س د = ۹۲٫۱۶ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک تکونہ کھیت ا د س ہے جسمین کونہ س کا قائمہ ہے اور ایک خط ا ب
ایسا کھچا ہے کہ کھیت کو ایسے دو حصوں مین تقسیم کرتا ہے کہ ایک انمین کا ا د ب چار نوین حصہ کل کھیت کے
اور ب س ۱۸۲ گٹھہ اور ا س ۴۲۴ گٹھہ ہے رقبہ مثلث کا دریافت کرو



چونکہ ا د ب کل مثلث کا چار نوان حصہ ہے تو باقی پانچ نوین حصے ہونگے اور
اسیواسطے مثلث اب س اور ا د س مین ایسی نسبت ہوگی جیسے کہ ۵ کو ہے ۹ سے لیکن اب س ہے
½ (۱۸۲ × ۴۲۴) تو ۹ پانچویں حصہ اب س کی ۲۱۱٫۲ ۱۰۲ بسوانسی ہونگے یا ۵۱۰ بیگہہ اور
۱۲ بسوہ ٭

جیساکہ مثلث ا د س کا تقسیم ہوا ہے ایسا ہی خط د س تقسیم ہوا ہے یعنی اونمین ایک ہی نسبت ہے اسواسطے کہ مثلثون مین
جنکی ارتفاع ایک ہی ہو ایسی نسبت ہوتی ہے جیسی کہ اونکی قاعدون میں اس مثال مین اسکا اثبات اسطرح ہے کہ مثلث ا د ب =
د ب × نصف ارتفاع ا س اور مثلث ا ب س = ب س × نصف ارتفاع ا س اسواسطے ا د ب کو ا ب س سے وہ نسبت ہے
جو د ب کو ہے ب س سے ۱۲

مثالین مشق کی واسطے (۳۳)

(۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۷۴ جریب اور ارتفاع ۱۵ جریب ہے رقبہ اسکا بتلاؤ جواب ۳۵۲ ½ بیگہہ

(۲) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۲۵ گز و ۲۸ گز ہیں رقبہ اوسکا بتاؤ جواب ۳۵۰ گز

(۳) ایک مثلث متساوی الساقین کا قاعدہ ۱۰ فیٹ ۵ انچہ اور ارتفاع ۷ فیٹ ¼ انچہ تو بتاؤ
اسکی سطح کی مساحت کیا ہوگی جواب ۳۹ م فٹ ۷۸ ⅛ انچہ

(۴) ایک مثلث قائم الزاویہ کے ضلعے جو ایک دوسرے پر عمود ہیں ۱۱۰ فیٹ ۷ انچہ اور ۹۴ فیٹ ۶ انچہ ہین
اوسکا رقبہ بتلاؤ کہ کے مربع گز ہوگا جواب ¼ ۱۰۴ء۳۰ م گز

(۵) کتنے مربع گز وہ مثلث ہوگا جسکا قاعدہ ۱۳ ¼ پول اور ارتفاع ۲۸ ½ پول ہے جواب ۵۷۸۵ء۱۱ ۵

(۶) کتنے مربع فیٹ رقبہ اوس مثلث کا ہوگا کہ جسکا قاعدہ ۸ ½ گز اور ارتفاع ۷ ¾ انچہ ہو جواب ۹۴۸۷۵ء۷

(۷) ایک کہونٹہ مکان ہے اور اسکا پکہا جو دوسرے پکہے سے زاویہ قائمہ بناتا ہو ۹ فیٹ ۲ انچہ لنبا ہے اور
رقبہ اسکا ۱۰۰ م فیٹ ہو تو اوسکی دوسرے پکہے کا طول کیا ہوگا جواب ۲۰ فیٹ ۱۰ء۴ انچہ

(۸) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۱۲ ½ گز ہے اور ایک ضلع باقی ضلعون سے ۲ گز ہو تو اسکا رقبہ بتاؤ جواب ۲۱ م گز

(۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۷ء۱۲۴ گز ہی اور وتر ۵۶۲ گز ہے تو اوسکا رقبہ کے ایکر ہوگا
جواب ۲۱۷۲۸۷ء ایکڑ

(۱۰) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۷ $\frac{۳۷}{۸۴}$ ہے اور عمود ۲ $\frac{۱}{۱۲}$ ہے رقبہ بتلاؤ جواب ۷ $\frac{۳۷}{۸۴}$

(۱۱) مثلث قائم الزاویہ کا رقبہ ایک بیگہہ ۱۰ بسوہ ہے اور قاعدہ ۲۵ گٹھہ ہے تو بتاؤ دوسرے جریب ہونگے جواب ۱۵ جریب

(۱۲) مثلث قائم الزاویہ کا وتر ۲۰۸ ہے اور قاعدہ اور عمود مین نسبت ۵ اور ۱۲ کی ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۷۶۸۰

(۱۳) فرض کرو کہ ایک مثلث متساوی الساقین کی ہر ایک ساق ۷۰۰ فیٹ ہے اور قاعدہ ۴۹۰ فیٹ تو بتلاؤ ایسی چار مثلثوں کی زمین ملکر مساحت میں کے ایکڑ ہوگی جواب ۱۴،۲۹۵۸ ایکڑ

(۱۴) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا ایک ضلع ۸۳ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۹۸۲ ½ مربع گز تقریباً

(۱۵) ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ اور اس ۲۵۲ اور ب س ۱۵۳ ہے اور ب سے اس پر جو عمود نکالا جاوے وہ ۱۳۵ ہے تو بتاؤ جو عمود ا سے ب س پر نکالا جاویگا اوسکا کیا طول ہوگا جواب ۲۲۲ ۶/۱۷

(۱۶) ایک مثلث قائم الزاویہ کا عمود ۳۷ ہے اور قاعدہ ۴۲ ہے تو اوس عمود کا طول دریافت کرو کہ راس سے قاعدہ پر نکالا جاوے جواب ۲۷،۷۶۳

(۱۷) ایک مثلث قائم الزاویہ کا وتر کا وتر ۸۵ ہے اور باقی ضلعوں میں ایک ضلع ۷۷ ہے اگر وتر کو قاعدہ مثلث کا مقرر کریں تو ارتفاع کیا ہوگا جواب ۳۲،۶۱۱۸

(۱۸) اگر مربع کا ایک ضلع ۴۹،۱۹۳۵ گز ہو اور اوسکا رقبہ اوس مثلث کے رقبہ کی برابر ہو جسکا ارتفاع ۳۸،۴۱۲۶ ہے تو بتاؤ قاعدہ مثلث کا کیا ہوگا جواب ۱۲۶ گز

(۱۹) ایک مثلث قائم الزاویہ کا قاعدہ ۶۷،۴۵۶ ہے اور وتر ۴۴،۳۸ طول میں زیادہ بہ نسبت عمود کے ہے تو اوسکا رقبہ بتلاؤ جواب ۱۳۴۸،۰۱۴

(۲۰) ایک مثلث ا ب س میں اضلاع ا ب اور ب س ایک زاویہ قائمہ بناتے ہیں اور اونکے طول ۱۹۸ فیٹ اور ۲۷۰ فیٹ ہیں اگر ب سے اس پر عمود ب د نکالا جاے تو بتاؤ ا د اور د س کا کیا طول ہوگا جواب ۲۹۲،۰۷۴۶ ۱۹ و ۲۰۸ ،۹،۷ فیٹ

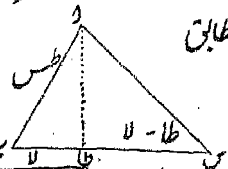
(۲۱) ایک مثلث منفرج الزاویہ کا زاویہ س منفرجہ ہے اور اوسکا ضلع اس ۲۳ فیٹ ۹ انچہ ہے اور فاصلہ عمودی ب سے اس تک ۱۵ فٹ ۱۱ انچہ ہے اب اگر ب سے اس تک خطوط کھنچ جاویں جو مثلث کو تین ایسے حصوں میں تقسیم کریں کہ دوسرا حصہ پہلے حصہ سے ڈیوڑھا ہو اور تیسرا حصہ دوسرے سے ڈیوڑھا تو بتاؤ ہر ایک حصہ کا رقبہ کیا ہوگا جواب ۴ مربع گز ۳ فٹ ۱۱۴ انچہ اور ۶ مربع گز ۵ فیٹ ۹۹ انچہ وغیرہ

(۲۲) مثلث کے تینوں ضلعے معلوم ہیں اوسکا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

تینون ضلعون کو جمع کرو اور حاصل جمع کو نصف کرو اور اس نصف مین سے ہر ایک ضلع کو تفریق کرو اور جو تین حاصل تفریق حاصل ہون اونکو اور نصف مجموعہ اضلاع کو آپسمین ضرب دو اور حاصل ضرب کا جذر نکال لو تو ماحاصل رقبہ ہوگا

حاشیہ تینون ضلعون کو معلوم کرکے رقبہ کا دریافت کرنا ایک جھگڑے کا عمل ہے اور اوسمین محنت بہت پڑتی ہے اسلیے پیمایش کرنیوالے اکثر قاعدہ اور ارتفاع ہی کی پیمایش کرکے کارروائی کرتے ہین اور تینون ضلعون کی پیمایش کرنیکی تکلیف اپنے اوپر گوارا نہین کرتے اسی کہین مجبوری آن پڑتی ہے تو تینون ضلعون کی پیمایش کرتے ہین اس قاعدہ کا ثبوت بھی بغیر جبر ومقابلہ یا علم ہندسہ کے جاننے کے سمجھہ مین نہین آسکتا ایک ثبوت اوسکا جبر ومقابلہ سے لکھتے ہین فرض کرو کہ اضلاع جو مقابل زاویون ا و ب و ج کے ہین طا و طب و طس سے تعبیر ہوتے ہین



اور عمود سے طا دو حصون لا اور طا − لا مین تقسیم ہوتا ہے پس او عمود کے مربع کے مطابق

طس² − لا² = طب² − طا² + ۲ طالا − لا² پس معلوم ہوا کہ

لا = $\frac{1}{۲\,طا}$ (طا² + طس² + طب²) اب بجاے عمود کے √(طس² − لا²) لین تو رقبہ مثلث کا $\frac{طا}{۲}$ √(طس² − لا²)

یا √($\frac{1}{۴}$ طا² (طس + لا) (طس − لا)) اسکے اندر لا کی قیمت مذکور کے رکھنے سے طس + لا =

$\frac{1}{۲\,طا}$ (طا² + طس² − طب² + ۲ طا طس) یا $\frac{1}{۲\,طا}$ (طا + طب + طس) (طا + طس − طب) اور

طس − لا = $\frac{1}{۲\,طا}$ (طب² − طس² − طا² + ۲ طا طس) یا $\frac{1}{۲\,طا}$ (طا + طب − طس) (طب + طس − طا)

پس رقبہ √($\frac{1}{۴}$ طا² (طس + لا) (طس − لا)) =

√($\frac{1}{۲}$ (طا + طب + طس) $\frac{1}{۲}$ (طا + طس − طب) $\frac{1}{۲}$ (طا + طب − طس) $\frac{1}{۲}$ (طب + طس − طا))

اور یہی قاعدہ ہے

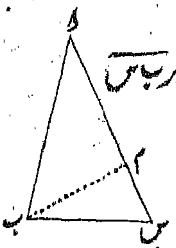
پہلی مثال

ایک مثلث کی اضلاع ۲۷۲ و ۲۷۵ و ۱۷۳ اگر ہین تو اوس مثلث کا رقبہ کے ایکڑ ہوگا

$\frac{1}{۲}$ (۲۷۲ + ۲۷۵ + ۱۷۳) = ۳۶۰

۳۶۰ × ۸۸ × ۸۵ × ۱۸۷ = ۵۰۳۵۵۳۶۰۰

جسکا جذر ۲۲۴۴۲ گز = ۱۴ ایکڑ ۲ روڈ ۲۱ $\frac{4}{21}$ پرچ کے



دوسری مثال ایک مثلث کا ضلع اب ۲۲۵ ہے اور اس ۲۵۲ ہے اور ب س ۱۵۳ ہے تو اوس عمود کو دریافت کرو جو ب سے اس پر نکالا جاوے نصف مجموعہ اضلاع ۳۱۵ ہے اور رقبہ ہے جذر ۳۱۵ × ۹۰ × ۶۳ × ۱۶۲ اور اوسکی معنی یہہ ہین کہ جذر ۳۱۵ × ۹ × ۳۱۵ × ۳۲۴ = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ لیکن رقبہ مثلث کا برابر ہے ½ (اس × ب م) یعنی ۱۲۶ گنا ب م = ۳۱۵ × ۳ × ۱۸ اسواسطے ب م برابر ہے ۳۱۵ × ۳ ÷ ۷ یعنی ۱۳۵ ہے یہی جواب ہے

دوسری ترکیب یہہ ہے کہ ام^2 = اب^2 − ب م^2 اور س م^2 = ب س^2 − ب م^2 اب تفریق کرنے سے ام^2 − س م^2 = اب^2 − ب س^2 یعنی (ام + س م) (ام − س م) = (اب + ب س) × (اب − ب س)

یعنی ۲۵۲ × (ام − س م) = ۳۷۸ × ۷۲ یہان سے معلوم ہوا کہ ام − س م = ۱۰۸

یہہ فرق اون مقدارون کا ہے جنکا مجموعہ ۲۵۲ ہے تو جمع کرنے سے دوچند بڑی مقدار کا معلوم ہوگا پس معلوم ہوا کہ ام ۱۸۰ ہے جب اب اور ام معلوم ہوگئے تو ب م آسانی سے معلوم ہوجاویگا

تیسری مثال دو کہیت ہین ایک مربع اور دوسرا مثلث اور ان دونوں کا رقبہ آپسمین برابر ہے اور مثلث کہیت کے ضلعون کا نصف مجموعہ ۳۹۳½ گز ہے اور قاعدہ ۵۷ گز بڑا ایک ضلع سے اور ۳۸ گز بڑا دوسرے ضلع سے ہے تو بتاؤ مثلث کہیت کی مینڈ اوس مربع کہیت کی مینڈ سے کسقدر بڑی ہوگی ایک مثلث متساوی الاضلاع جو قاعدہ پر مثلث کہیت کے بنایا جاوے تو اوسکا مجموعہ اضلاع بقدر ۵۷ + ۳۸ یعنی ۹۵ گز مثلث کہیت کی مجموعہ اضلاع سے زیادہ ہوگا اسواسطے (۷۸۷ + ۹۵) گز ÷ ۳ = ۲۹۴ گز یہہ قاعدہ ہوا اور اسی سبب سے ۲۳۷ اور ۲۵۶ اور اضلاع ہوئے اور رقبہ اوسکا ۲۹۰۲۶،۳۵ مربع گز ہوا پس جس مربع کا رقبہ یہہ ہو اوسکا ایک ضلع اس رقبہ کا جذر ہوگا یعنی ۱۷۰،۳۷۱۲ گز اور اسلیئے اوسکا مجموعہ اضلاع ۶۸۱،۴۸۴۸ گز ہوئی اور مثلث کا مجموعہ اضلاع ۷۸۷ گز ہے

پس مثلث کہیت کی مینڈ ۱۰۵½ گز بڑے مربع کہیت سے ہوگی

مثالیں مشق کی واسطی (۴)

(۱) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی ضلعے ۴ و ۵ و ۶ گٹھہ ہوں جواب ۹،۹۲۱۵۶۷

(۲) ایک مثلث کا رقبہ بتلاؤ جسکی اضلاع ۵ و ۹ و ۸ گز ہوں جواب ۱۹،۸۹۹۷۵ م گز

(۳) ایک کہیت مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۳۶۵ و ۱۴۵۰ و ۱۰۰۵ کڑی ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۳۶،۷ پرچ

(۴) ایک مثلث کہیت کے ضلعے ۶۵۶ و ۸۰۰،۸ و ۱۸۰۰ اور ۹۱۱،۵۸ کڑی ہیں رقبہ بتلاؤ

جواب ۲ ایکڑ ۲ روڈ ۹،۰۹ پول

(۵) بتلاؤ کیا لگان اوس کہیت کا ہوگا جسکے ضلعے ۲۴۷۰ و ۲۲۵۰ و ۲۱۲۰ کڑی ہیں

شرح سے ۲ فی ایکڑ جواب ۶۹ روپیہ ۰،۷

(۶) جو مربع رقبہ میں برابر اوس مثلث کی ہو جسکی اضلاع ۵۰۰ و ۸۰۰ و ۸۰۰ فیٹ ہو تو اوسکا

ضلع کیا ہوگا جواب ۲۲۲،۱۴۴ گز

(۷) قاعدہ ایک مثلث کا ۱۸۴ ہے اور اور اضلاع ۱۵۷ و ۱۶۵ ہیں ارتفاع دریافت کرو جواب ۱۳۲

(۸) ایک مثلث کا قاعدہ ۲۵۶ کڑی اور اور اضلاع ۴۳۷ و ۵۶۰ کڑی ہیں تو اوسکا رقبہ اور ارتفاع

عمودی دریافت کرو جواب ۳ روڈ ۲۳،۳۵۷ پول اور ۴۲۶،۸۷ کڑی

(۹) ایک سبزہ زار مثلث ہے اور اوسکی اضلاع ۱۱ و ۱۲ و ۱۳ کی نسبت رکہتی ہیں اور کل مینڈ اوسکی

۱۰۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کیا ہے جواب ۴۷۴،۴ گز

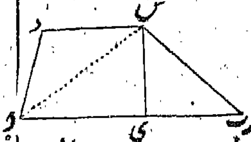
(۳) ذوزنقہ کے دو متوازی ضلعے اور بعد عمودی ان اضلاع متوازیہ کا معلوم ہے رقبہ اوسکا دریافت کرو

قاعدہ

دونو خطوط متوازیکی مجموعہ کو نصف فاصلہ عمودی میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ ذوزنقہ کا ہوگا

مثال

رقبہ ذوزنقہ ا ب س د کا دریافت کرو جسکے اضلاع متوازیہ ا ب اور د س ۲۳۴ اور ۱۰۴



انچہ ہین اور اوسکا عرض س ی ۹۲ انچہ ہے

اب ذوزنقہ دو مثلثون ا د س اور ا س ب مین تقسیم ہوتی ہے پس

اور رقبہ پہلی مثلث کا ½ (د س × س ی) اور رقبہ دوسرے مثلث کا ½ (ا ب × س ی) ہے اسلیئے رقبہ دونو

مثلثون کا ملکر ½ [(ا ب + د س) × س ی] یا (ا ب + د س) × ½ س ی ہے یعنی

۳۳۸ × ۴۶ = ۱۵۵۴۸ م انچہ یا ۱۰۷ م فٹ ۱۴۰ انچہ

مثالین مشق کے واسطے (۵)

(۱) اوس ذوزنقہ کا رقبہ کیا ہے جسکی اضلاع متوازیہ ۳۶ و ۴۴ فٹ ہین اور بعد عمود اونمین ۹ فٹ ہے جواب ۴۰ م گز

(۲) ایک ذوزنقہ کہیت کی اضلاع ۱۸۵۶ اور ۱۶۲۳ کڑی ہین اور اونکے درمیان عمود کا طول ۲۱۵۰ کڑی ہے اوسکا رقبہ ایکڑون مین بتلاؤ جواب ۳۷ ایکڑ ۱ روڈ ۲۳ء۸۸ پول

(۳) ایک تختہ ۹ انچہ عرض کا ہے اور اوسکے دو متوازی کنارے ۱ فٹ ۸ انچہ اور ۱ فٹ ۹ انچہ ہین تو بتاؤ وہ ایک گز مربع کا کونسا حصہ ہوگا جواب $\frac{۴۱}{۲۸۸}$

(۴) ذوزنقہ کی شکل کا ایک ملک ہے اور اوسکی حدود متوازیہ طول مین ۲۷۶ و ۲۱۶ میل ہین اور اوسکا عرض ۱۴۵ میل ہے تو بتاؤ اوسکا رقبہ کے ایکڑ ہوگا جواب ۲۲۸۲۸۸۰۰ ایکڑ

(۵) ایک ذوزنقہ کا ایک ضلع متوازی ضلعون مین سے بہ نسبت دوسرے کی ۲ انچہ بڑا ہے اور عرض ۷ انچہ ہے اور رقبہ ۶۶½ م انچہ ہے تو بتاؤ ہر ایک متوازی ضلع کیا ہے

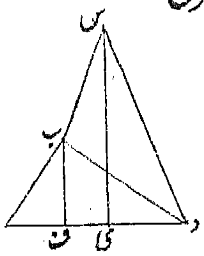
جواب ۱۰½ انچہ اور ۸½ انچہ

(۶) ایک مثلث متساوی الاضلاع کا رقبہ برابر ایک ذوزنقہ کی رقبہ کے ہے اور اس ذوزنقہ کے اضلاع متوازیہ $\frac{۱}{۸}$ اور $\frac{۲}{۹}$ ایک انچہ کے ہین اور عرض $\frac{۳}{۱۰}$ انچہ ہے تو مثلث کا ضلع بتلاؤ کہ کیا ہوگا جواب ۳۴۶۸ء انچہ

(۴) قواعد مذکورہ الصدر سے یہہ بات عیاں ہے کہ شکل مستقیم الاضلاع تین ضلعے سے زیادہ اضلاع کے خواہ کیسی ہے بقاعدہ ہو اوسکا رقبہ سطح سے دریافت ہوسکتا ہے کہ اوس شکل کو اول مثلثوں اور ذوذنقوں میں تقسیم کریں اور پھر ان مثلثوں اور ذوذنقوں کے رقبہ کو جمع کریں حاصل جمع کل شکل کا رقبہ ہوگا

پہلی مثال

فرض کرو کہ ا ب س د کہیت کی سطح ایک مساح نے پیمایش کی ہے کہ آ سے ق تک ۱۶۰ کڑی اور پھر یہاں سے ایک عمود ب ق ۲۳۱ کڑی اور پھر آ سے ی تک ۱۸۴ کڑی اور ی سے ی س عمود ۵۱۳ کڑی اور آ سے د تک ۴۶۸ کڑی تو ان پیمایشوں سے کہیت کا رقبہ دریافت کرو



½ (۱۶۰×۲۳۱) = ۱۸۴۸۰ ا ب ق کا رقبہ ہے

½ (۱۸۴×۵۱۳) = ۴۷۱۹۶ دی س کا رقبہ ہے

(۲۳۱+۵۱۳)×۶۲ = ۴۶۱۲۸ ق س کا رقبہ ہے

کل رقبہ = ۱۱۱۸۰۴ کڑی یا ایک ایکڑ ۸۹ ۱۸ ابرج یہی جواب ہے

(۲) فرض کرو ایک اور مساح اسی کہیت کی چاروں ضلعوں کو سطح ناپی کہ ا ب ۲۸۱ اور ب س ۳۰۸ اور س د ۵۴۵ اور ا د ۴۶۸ اور وتر ب د ۳۸۵ تو ان پیمایشوں سے رقبہ کہیت کا دریافت کرو

مثلثوں ا ب د اور ب س د کی تینوں ضلعوں کی معلوم ہونے سے یہہ رقبے دریافت ہوئے

ا ب د = ۵۴۰۵۴

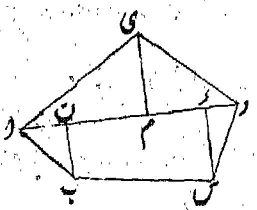
ب س د = ۵۷۷۳۶

کل رقبہ = ۱۱۱۷۹۰ ام کڑی کی یا ایکڑ ۸۶ ۱۸ ابرج کی ہی جواب ہے

تیسری مثال

کہیت ا ب س دی کا رقبہ دریافت کرو اور پیمایش کرکے یہہ باتیں ہم نے معلوم کرلی ہیں کہ ا ن ۱۷۱ اور عمود ب ن ۱۸۴ اور ا م ۲۰۵ اور عمود دی م ۱۲۹ اور ا ۲ ۳۰۵ اور عمود

دس ۱۲۷ اور ا د ۳۵۱ کڑی ہے



دو چند رقبہ ا ب ن کا ہے ۷۱ × ۸۴ = ۵۹۶۴

دو چند رقبہ ب ن د س کا ہے ۲۱۱ × ۲۳۴ = ۴۹۳۷۴

〃 س د ر کا ہے ۴۶ × ۱۲۷ = ۵۸۴۲

〃 ا ی د کا ہے ۳۵۱ × ۱۲۹ = ۴۵۲۷۹

اسواسطے دو چند کل رقبہ کا = ۱۰۰۴۴۵۹ ایکڑ کے

اسواسطے رقبہ = ۵۰۲۲۹۵ ایکڑ کے = ۲ روڈ ۲۰ پول یہی جواب ہی

انتباہ ذوارابعۃ الاضلاع ا ب س د کے رقبہ کا حساب ایک اور طرح سے بھی لگ سکتا ہی جو کہ مثلثون س ن د اور س ب د کا قاعدہ ایک ہے اور ارتفاع بھی ایک ہی ہے تو وہ آپسمین برابر ہوئ اور ذوارابعۃ الاضلاع ا ب س د مرکب ہے مثلث ا ب د اور شکل د ب س د سے لیکن اس آخر شکل کا ایک حصہ د ب س برابر مثلث د س ن کے ثابت ہو چکا ہی اسلئے شکل د ب س د کے برابر مثلث د س ن کے ہوئی اور ذوارابعۃ الاضلاع ا ب س د برابر دو مثلثون ا ب د اور د س ن کے ہوئے

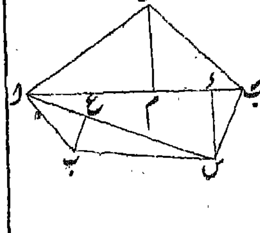
پس دو چند رقبہ ا ب د = ۳۰۵ × ۸۴ = ۲۵۶۲۰

〃 د س ن = ۲۸۰ × ۱۲۷ = ۳۵۵۶۰

〃 ا ی د = ۳۵۱ × ۱۲۹ = ۲۵۲۷۹

دو چند کل رقبہ کا = ۱۰۰۴۴۵۹ کڑی کے

چوتھی مثال



اوپر کے کھیت کو سطح ناپ کر رقبہ دریافت کرو کہ س ع ۲۳۲ ہے اور عمود ب ع ۵۰ ہے اور س ا ۳۳۰ ہے اور ا م ۲۰۵ اور عمود ی م ۱۲۹ اور ا د ۵۰۳ اور عمود س د ۱۲۷ اور ا د ۳۵۱ کڑی ہے

دو چند (ا د ی + ا د س) کا = ا د × ی م + ا د × س د = ا د (ی م + س د)

〃 = ۳۵۱×۲۵۶ = ۸۹۸۵۶ م کڑی

دوچند اب س = ۵۰×۳۳۰ = ۱۶۵۰۰

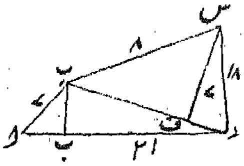
کھیت کا دوچند رقبہ ۱۰۶۳۵۶ ہے

پس معلوم ہوا کہ کھیت کا رقبہ ۵۳۱۷۸، ایکڑ یا ۲ روڈ ۱۰ ۵ پول ہے یہی جواب ہے

مثالیں مشق کے واسطے

(۱) اس کھیت کا رقبہ دریافت کرو جسکے اندر پیمایش ہو کر اعداد اضلاع پر مندرج ہیں

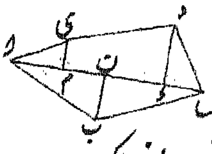
جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی



(۲) اسی کھیت کی پیمایش کرو جب ہمکو پیمایش عمود ای اور س ف کی معلوم ہو جواب ۶ بسوہ ۶ بسوانسی

(۳) اب س د ی کا رقبہ دریافت کرو اور ہمکو معلوم ہو کہ ا م ۹۸ ہے اور عمود ی م ۵۰ و ا ن ۱۴۸ و عمود ب ن ۷۵ و ا د ۲۵۵ و عمود د ی ۵۷ و ا س ۳۱۳ ہے

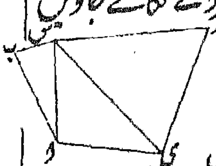
جواب ۲۸۵۴۰



(۴) ایک ذو اربعۃ الاضلاع میں ضلع اب ۶۲½ فیٹ اور ب س ۱۰۷½ فیٹ و س و ۱۲۷½ و ا د ۱۵۰ ہے اور وتر ا س ۱۳۲½ رقبہ دریافت کرو

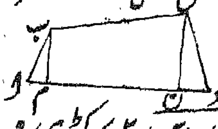
جواب ۳ ۵ ۳ ۱۲ م گز

(۵) اسی شکل کا وتر ا س معلوم ہو کہ ۱۳۲½ فٹ ہے اور عمود جو د سے ب اور ا سے نکالے جاویں



۵۰،۷۵ و ۱۵ و ۱۲۰ ہیں رقبہ دریافت کرو جواب ۱۲۵۳ م گز

(۶) معلوم ہے ا م ۳۱٫۶ گز اور عمود ب م ۱۱۶٫۹۷ اور ا ن ۳۲۶۱

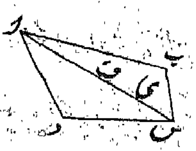


عمود س ن ۱۱۶٫۹۷ اور ا د ۳۸٫۶۱ ہے تو رقبہ اب س د کا دریافت کرو

(۷) ایک پانچ ضلعے کا کھیت اب س د ی ہے اب ۱۵۴ کڑی و ب س ۲۷ کڑی و س د ۲۴۰ کڑی و د ی ۱۲۲۰ و وتر س ی ۱۲۵۰ و وتر ا س برابر ہے ضلع ا س کے اور ضلع

ب س عمود ا ب پر ہے رقبہ دریافت کرو جواب ا روڈ ۴ ء ۳۰ پول

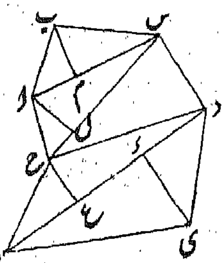
(۸) کھیت ا ب س د مین بعض ایسے موانعات پیش آئے کہ فقط یہی پیمایش ہوئی کہ ا ق ۱۲۵ اور ا ی ۲۲۳ اور ا س ۱۲۸۱ اور س ب ۱۸۲ اور نقطے



ق اور ی وہان ہین جہان عمود ق د اور ب ی نکالی گئی واقع ہوتے ہین رقبہ دریافت کرو جواب ۴۰۹ء۴ ایکڑ

(۹) ایک ذو اربعۃ الاضلاع ایکڑ کا وتر ۶۳ ۳ کڑی اور عمود جو مقابل کے زاویون سے اوسپر نکالی جاوین اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱/۶ کو ہے ۱/۲ سے تو بتاؤ ایک عمود دوسرے عمود سے کسقدر بڑا ہوگا جواب ۹۶ ،۷ ، ۸۹ گز

(۱۰) ایک کھیت کی صورت ایسی ہے جیسی نیچے شکل کھچی ہوئی ہے اور اوسمین یہہ پیمایش ہوئی کہ ا م ۹۸ کڑی اور عمود ب م ۱۱۴ اور ا س ۲۹۸ و س ن ۲۸۲ ۳/۴ و عمود ا ن نہین پیمایش ہوا اور س ح ۳۵۴ و ح د ۳۴۰ و

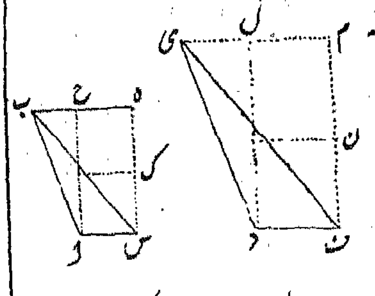


د س ۱۷۰ و د ک ۱۶۲ ۳/۴ و عمود ی ک ۷۰ اور د ع ۳۲۸ ۱/۲ عمود ح ع نہین پیمایش ہوا اور د ق ۵۲۵ ہے کل رقبہ اور ضلع ق ی اور عمود جو د سے ح س پر واقع ہو دریافت کرو جواب ۱ ایکڑ ا روڈ ۶۷ء۷ پول و ق ی ۴۰۰ و عمود ۱۶۱ کڑی

(۵) باب اول کے آخر مین ہمنے ذکر اشکال مستقیمۃ الاضلاع متشابہ کا کیا تھا اب ہم اتنا اور لکھتے ہین کہ ان متشابہ شکلون کی رقبون مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکی اضلاع نظیری کی مربعون یا اوسکی وترکی مربعون یا عمودونکی مربعون مین ہے شکل ذیل دیکھو کہ اگر مثلث ا ب س متشابہ مثلث د ی ق کا ہو یعنی زاویے ا اور ب اور س برابر زاویون د اور ی اور ق کے ہون موافق اپنی اپنی نظیر کے اور برابر زاویون کے گرد کے اضلاع متناسب ہون تو مثلث ا ب س کو مثلث ی د ق سے وہ نسبت ہے جو نسبت ا ب کو د ی سے ہے یا

نسبت اس² کو ہے دف² سے یا ارتفاع اح کے مربع کو ہے ارتفاع دل کے مربع سے
فرض کرو کہ اس ۳۰ ہو اور دف ڈیوڑھا یعنی ۴۵ ہو اور اب اور ب س ۴۷ و ۸۸ ہوں
اور اسیواسطے دی اور دف ڈیوڑھی اونسے ہونگی یعنی ۱۱۱ و ۱۳۲ اس سطرح دو مثلث متناسب
بنائے گئے اور اونکی اضلاع نظیرہ میں ایک نسبت مشترکہ ہے اور باعتبار رقبہ کے آپس میں اسطرح
نسبتیں دیکھاونگی کہ چھوٹے مثلث کو بڑی مثلث سے وہ نسبت ہے جو نسبت ۹۰۰ کو ہے ۲۰۲۵ سے
اور اس نسبت کا ثابت ہونا اسطرح نہایت آسان ہے کہ مثلثوں کے رقبے دریافت کریں تو وہ ۱۰۵۶
و ۲۳۷۶ معلوم ہونگی جنمیں وہی نسبت ہے جو اوپر مذکور ہوئی یہہ ثبوت خاص تھا اب عام طور پر
ثبوت حاشیہ میں لکھتے ہیں

دس اور دف پر مربعے اک اور دن بنائے اور ب اور ی سے ب ہ اور ی م وغیرہ متوازی نکالی تو مثلث
اح ب اور دل ی باہمیں ظاہر متشابہ ہیں اسسے ثابت ہوا کہ



اب : دی :: اح : دل اسیواسطے
اح : اس :: دل : دف یا
س ہ : س ک :: ف م : ف ن پس معلوم ہوا کہ
س ہ × اس : س ک × اس :: ف م × دف : ف ن × دف پس موافق اسکے
½ س ہ × اس : ½ ف م × دف :: س ک × اس : ف ن × دف یعنی مثلث
اب س : مثلث دی ف :: اس² : دف² اور اشکال مستقیم الاضلاع متشابہ جنکے ضلعے تین سے
زیادہ ہیں ایسی مثلثوں سے مرکب ہوتے ہیں جو متشابہ ہوتے ہیں اسلئے یہہ قاعدہ عامہ ہے کہ اشکال مستقیمۃ الاضلاع
متشابہ کے رقبوں میں نسبت ایسی ہوتی جیسی کہ اونکے اضلاع کے مربعوں میں نسبت ہوتی ہے

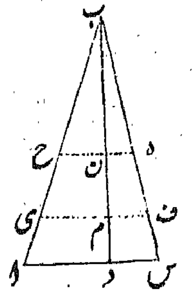
پہلی مثال

دو مثلث قائم الزاویہ متشابہ ہیں اونمیں سے قاعدہ ایک کا ۶۰ فیٹ ہے اور وتر ۱۰۹ اپس اگر رقبہ
دوسرے مثلث کا ۳۵۶۵ ⅝ م فیٹ ہو تو اوسکا وتر کیا ہوگا عمود پہلے مثلث کا

$\sqrt{169 \times 49}$ = ۹۱ ہے اور رقبہ اوسکا ۹۱×۳۰ اسکو دوسرے مثلث کے رقبہ سے وہ نسبت ہی جو ۱۰۹ اکے مربع کو دوسرے مثلث کے وتر کے مربع سے پس ۹۱×۳۰ : ۳۵۶۵ ۵/۶ یا ۴۹ : ۶۴ :: 109^2 : 109^2 × ۶۴ ÷ ۴۹ یہہ مربع وتر مطلوب کا اور جذر اسکا ۱۰۹×۸ ÷ ۷ = ۱۲۴ ۴/۷ فٹ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک ذو اربعۃ الاضلاع کا رقبہ ۲۱۴۰ ۱/۲ مربع فٹ ہی اور ایک اوسکی وتروں میں سے ۶۳ ہے تو رقبہ ایک دوسرے ذو اربعۃ الاضلاع کا دریافت کرو جو اوسکے متشابہ ہو اور اوسکا وتر نظیر پہلے وتر کا ۶۱ ہو 63^2 : 61^2 :: ۲۱۴۰ ۱/۲ : ۲۰۰۶ ۳۴/۴۳ یہی جواب ہے

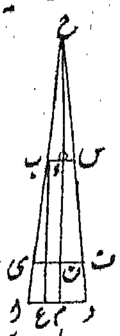
تیسری مثال ایک مثلث کا ارتفاع ۱۷ ہے اور وہ قاعدہ کی دو متوازی خطوط سے تین برابر حصوں میں قطع ہوا ہے تو بتاؤ اوسکے ہر یک حصہ کا ارتفاع کیا ہے



فرض کرو کہ ا ب س مثلث ہی اور ب د اوسکا ارتفاع ہے تو اوسکے برابر حصوں ا ف اور ی ہ اور ح ہ ب کا ارتفاع د م اور م ن اور ن ب دریافت کرو مثلث ب ح ہ اور ب ی ف اور ب ا س آپس میں متشابہ ہیں اور اونمیں نسبت ایسی ہی جیسی کہ اعداد ۱ و ۲ و ۳ میں پس اس سے معلوم ہوا کہ مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہی جو ۳ کو ۲ سے ہے لیکن مثلث ب ا س کے رقبہ کو مثلث ب ی ف سے وہ نسبت ہی جو ب د کے مربع یعنی 17^2 کو ب م کے مربع سے پس ۳ : ۲ :: 17^2 : $\frac{2 \times 17^2}{3}$ = ۱۹۲ ۲/۳ جسکا جذر ۱۳٫۸ = ب م

اور اسیطرح سے مثلث ب ا س کو مثلث ب ح ہ سے وہ نسبت ہی جو ۳ کو ۱ سے ہے اور اسلیئے ۳ : ۱ :: 17^2 : $\frac{1 \times 17^2}{3}$ = ۹۶ ۱/۳ جسکا جذر ۹٫۸۱۵ = ب ن اب ب د سے ب م تفریق کریں اور ب م میں سے ب ن کو تو د م = ۳٫۱۲ اور م ن = ۴٫۰۶۵ اور ب ن ۹٫۸۱۵ ہے۔ یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک لوہے کا پتر ذوزنقتین کی شکل کا ہے اور اوسکے متوازی کنارے ۷ و ۱۳ انچہ ہین
اور اوسکا طول ۲۰ انچہ ہے اور اوسکے بیچمین ایک خط متوازی کھینچا گیا ہے جسنے وہ دو ایسے
ذوزنقہ حصونمین تقسیم ہوا ہے کہ جنکے رقبونمین وہی نسبت ہے جیسے کہ نسبت ۷ و ۱۳ مین ہے،
تو بتاؤ چھوٹے کنارے سے کس فاصلہ پر یہہ متوازی خط کھینچا ہے ذوزنقتین معلوم ا ب س د ایک حصہ
مثلث متساوی الساقین ا ح د کا ہے اور متوازی خط ی ق اوسکو



تقسیم کرتا ہے اور ح م اور ب ع عمود ا د پر نکالے گئے ہین پس یہہ
معلوم ہے کہ ب ع یا ح م = ۲۰ اور ب س = ۷ اور ا د = ۱۳ پس ن دریافت کرنا ہے
اب رقبہ ذوزنقتین کا ½ (۷ + ۱۳) × ۲۰ = ۱۰۰ مربع انچ ہے
اور یہہ ایسے دو حصون مین تقسیم ہوا ہے کہ جنمین نسبت ۷ و ۱۳ کی ہے تو ایک ۷ بیسوین اور دوسرا
تیرہ بیسوین حصے کل کے ہونگے اسواسطے وہ ۳۵ و ۶۵ ہونگے اب مثلث ا ب ع اور ا ح م متشابہ
ہین تو ا ع کو ب ع سے وہ نسبت ہوگی جو ا م کو ہے ح م سے
یعنی ۲ : ۲۰ :: ۳½ : ۳۵ انچہ = ح م پس یہان سے معلوم ہوا کہ ح د ۱۵ انچہ ہے
اور رقبہ ب ح س کا ۲۲½ م انچہ ہے اب اگر یہہ فرض کریں کہ دونون ذوزنقتین مین ی س چھوٹی ہے
یعنی ۳۵ ہے تو ی ح ق ۳۵ + ۲۲½ = ۵۷½ ہوگا اور ب ح س کو ی ح ق سے
وہ نسبت ہے جو نسبت ح د² کو ہے ح ن² سے یعنی ۲۲½ : ۵۷½ :: ۲۲۵ : ۵۷۵ = ح ن²
پس معلوم ہوا کہ ح ن = √۵۷۵ = ۲۳٫۹۸ اور جب ۱۵ اسمین سے تفریق کی تو ن = ۹۸٫۸۶
دوم فرض کرو کہ ی س بڑا دونو ذوزنقتین مین سے ہے یعنی ۶۵ ہے تو ی ح ق = ۶۵ + ۲۲½ =
۸۷½ اور ۲۲½ : ۸۷½ :: ۲۲۵ : ۸۷۵ = ح ن² پس معلوم ہوا کہ ح ن ۲۹٫۵۸
ہے اور ۱۵ اوسمین سے تفریق کرنے سے د ن = ۱۴٫۵۸ پس معلوم ہوا کہ چھوٹے کنارہ سے کیا
تو ۸٫۹۸ انچہ یا ۱۴٫۵۸ کے فاصلہ پر خط متوازی کھینچنے سے تقسیم ہوئی ہے

مثالین مشق کے واسطے (۶)

(۱) ایک کہیت کا ضلع ۴۲۰ گز ہے تو بتاؤ اوسکو دوسرے متشابہ کہیت سے جسکا ضلع ۲۹۷ گز ہے کیا نسبت ہوگی جواب قریب دو چند ہونیکے

(۲) ایک نقشہ کا پیمانہ ۲۰ میل ایک انچہ ہے اوسمین رقبہ انگلستان اور ویلز کا ایک فیٹ مربع جگہہ گہیرتا ہے تو بتاؤ جس نقشہ کا پیمانہ ۲۵ میل فی انچہ ہوگا اوسمین کتنی جگہہ گہیریگا جواب ۹۲٫۱۶ انچہ

(۳) ایک ذو اربعۃ الاضلاع کے ضلعے بالترتیب ۲۵ و ۵۲ و ۶۰ و ۵۵ فیٹ ہین اور اوسکا رقبہ ۲۱۴۰½ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکے متشابہ اوس ذو اربعۃ الاضلاع کا مجموعہ اضلاع کیا ہوگا جسکا رقبہ ۲۰۰۶ ۱/۴ مربع فیٹ ہے جواب ۱۸۵٫۹

(۴) ایک غیر منتظم مستقیمۃ الاضلاع کا سبسے چہوٹا ضلع ۸ ½ انچہ ہے اور اوسکا رقبہ ۳ ہے تو اوسکے متشابہ مستقیمۃ الاضلاع کا رقبہ کیا ہوگا جسکا سبسے چہوٹا ضلع ۱۱ ½ ہے جواب ۴۶۰۹ ۳٫

(۵) ایک مثلث متساوی الساقین کا رقبہ ۱۰۰ مربع گز ہے اور اوسکے متشابہ ایک دوسرے مثلث کا رقبہ ۱۵۰ مربع فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکے قاعدون مین کیا نسبت ہوگی جواب ۱۲۰ : ۴۹ تقریباً

(۶) ایک کہیت ۴۰ ایکڑ کا ہے اور اوسکا ایک ضلع ۶۰۵ گز کا ہے نقشہ کشتوار مین اوسکا طول ۲ ½ انچہ ہے تو بتاؤ اوسی نقشہ کشتوار مین وہ کہیت کتنی جگہہ گہیرتا ہے جواب ۳٫۶۸ م انچ

(۷) ایک کہیت کی مینڈ بندی کی لاگت ۵ روپیہ ۱۵ آنہ ہے تو بتاؤ اوسکے مشابہ دوسرے کہیت کی مینڈ بندی کی کیا لاگت ہوگی جسمین پہلے کہیت کی مربع گز کی جگہہ ہمین ۳ ۱/۴ مربع گز ہین جواب ۴ روپیہ ۱۲ آنہ ۷٫۵ پائی

(۸) دو مربعون کا رقبہ ملکر ۶ ایکڑ ہے اور ایک مربع کا ضلع دوسرے مربع کی تین چوتہائی ہے تو بتاؤ ہر ایک کی رقبہ مین کیے ایکڑ ہین جواب ۲٫۱۶ و ۳٫۸۴ ایکڑ

(۹) ایک کہیت تین کونہ کا ایک ایکڑ ہے اور اوسکا قاعدہ ارتفاع عمودی کے چارنوین حصے ہین تو بتاؤ قاعدہ اور ارتفاع کیا ہے جواب ۵۸٫۶۷ و ۱۴۶٫۶۷ و ۶۵٫۵۹

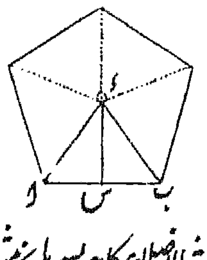
(۱۰) ایک گاؤدم ذو زنقتین ۳ فٹ طول مین ہے اور اوسکا بڑا قاعدہ ۸ انچہ ہے اور چہوٹا قاعدہ

۱۵ انچ ہے تو بتاؤ لنبان میں سے کتنا اوس میں سے قطع کریں کہ ایک فیٹ مربع مساحت میں ہو جواب ۲ فیٹ

(۱۱) ایک مثلث کا قاعدہ ۱۵۶ فٹ ہے اور اس قاعدہ کا ایک خط متوازی اس طرح کھینچا گیا ہے کہ وہ مثلث کو دو حصوں میں تقسیم کرتا ہے جنمیں ایک اوپر کا حصہ نیچے کے حصہ سے وہ نسبت رکھتا ہے جو ۲ رکھتا ہے ۳ سے تو بتاؤ خط متوازی کا طول کیا ہوگا جواب ۹۸،۶۶۳ فٹ

(۶) ہمنے متشابہ مستقیمہ الاضلاع کا ذکر کیا اب اوسیر کثیر الاضلاع منتظم کا حال اور زیادہ کرتے ہیں کثیر الاضلاع اون سطوح کو کہتے ہیں کہ اونکو چار سے زیادہ اضلاع نے احاطہ کیا ہو اور جب ان کثیر الاضلاع کے اضلاع اور زاویے باہم برابر ہوتے ہیں تو اونکو کثیر الاضلاع منتظم کہتے ہیں

جس کثیر الاضلاع منتظم کے پانچ ضلعے ہوتے ہیں اوسے مخمس اور جسکے چھہ ضلعے ہوتے ہیں اوسے مسدس اور علی ہذا القیاس کہتے ہیں تفصیل ان ناموں کی نیچے لکھی ہے، کثیر الاضلاع منتظم کا مرکز ہر ضلع سے عمود کا فاصلہ برابر رکھتا ہے پس ظاہر ہے کہ اگر ضلع اور عمود معلوم ہو تو رقبہ شکل کا اسطرح سے معلوم ہو سکتا ہے کہ نصف حاصلضرب ایک ضلع اور عمود کو تعداد اضلاع کثیر الاضلاع میں ضرب دینا اسلئے کہ



کہ حقیقت میں شکل میں اوتنے متساوی الساقین مثلث ہیں جتنے کہ اوسکے اضلاع ہیں مثلاً اگر ا ب ضلع ایک مخمس منتظم کا ۱۲۵ ہو اور عمود د س جو مرکز سے ضلع پر نکالا جاوے ۸۶ انچ ہو تو رقبہ مثلث ا د ب کا $\frac{1}{2}$ (۱۲۵ × ۸۶) ہوگا اور رقبہ کثیر الاضلاع کا جو ایسے پانچ مثلثوں سے بنی ہے یہہ ہوگا کہ $\frac{1}{2}$ (۱۲۵ × ۸۶) × ۵ اور اسکے معنی یہی ہیں کہ نصف مجموعہ اضلاع ۸۶ گنا کیا

پس کسی کثیر الاضلاع منتظم کا رقبہ برابر نصف حاصلضرب مجموعہ اضلاع اور عمود کے ہوتا ہے لیکن یہہ رقبہ فقط اضلاع ہی کے معلوم ہونے سے بھی دریافت ہو سکتا ہے اسواسطے کہ زاویہ جو مرکز پر بنتا ہے وہ ۳۶۰° کا کوئی صحیح حصہ ہوگا مثلاً مخمس ہے تو پانچواں حصہ اور اگر مسدس ہے تو چھٹا حصہ اور علی ہذا القیاس بوساطت علم مثلث کے تمکو طول ان عمودوں کا معلوم ہو جائیگا اور جب طول عمودوں کا معلوم ہو گیا اور ضلعے معلوم ہی تھے تو رقبہ آپ دریافت ہو جاویگا لیکن طالب علم اکثر علم مثلث سے ناواقف ہوتے ہیں اسلئے

ہم ایک جدول بنائے دیتے ہیں جسمیں چند کثیر الاضلاعوں کی نسبت عمود اور ضلع کی لکھی ہوئے ہے اور ضلع برابر ایک کے فرض کیا گیا ہے

نام شکل	تعداد اضلاع	نسبت عمود کی ضلع سے
مخمس	۵	٫۶۸۸۱۹۱
مسدس	۶	٫۸۶۶۰۲۵
مسبع	۷	۱٫۰۳۸۲۶۱
مثمن	۸	۱٫۲۰۷۱۰۷
متسع	۹	۱٫۳۷۳۷۳۹
معشر	۱۰	۱٫۵۳۸۸۴۲
ذو احد عشر الاضلاع	۱۱	۱٫۷۰۲۸۴۴
ذو ثنی عشر الاضلاع	۱۲	۱٫۸۶۶۰۲۵

پہلی مثال ایک مخمس منتظم کا ضلع ۱۲۵ ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو

ضلع ایک مخمس کا عمود مشترک سے نسبت ایسی رکھتا ہے جیسا کہ ا رکھتا ہے ٫۶۸۸۱۹۱ سے
تو عمود مشترک اس مثال میں ۸۶٫۰۲۴=۱۲۵×٫۶۸۸۱۹۱ اور رقبہ ہے

$\frac{1}{2}$ (۵×۱۲۵) × ۸۶٫۰۲۴ = ۲۶۸۸۲ یہی جواب ہے

دوسری مثال ایک معشر کا رقبہ ۴۸۰۸٫۸۸ مربع فٹ ہے تو اوسکے ضلع کا طول بتلاؤ

جب ضلع معشر کا ایک ہو تو مجموعہ اضلاع ۱۰ ہوگا اور عمود مشترک ۱٫۵۳۸۸۴۲ ہے اور
رقبہ ہی ۵ × ۱٫۵۳۸۸۴۲ = ۷٫۶۹۴۲۱ اور معشران منتظم کے رقبے آپس میں وہ نسبت رکھتے ہیں
جو اونکے ضلعوں کے مربعے تو ۷٫۶۹۴۲۱ : ۴۸۰۸٫۸۸ :: ۱ : ۶۲۵ یہہ ضلع کا مربع ہے

$\sqrt{۶۲۵}$ = ۲۵ فیٹ یہی جواب

مثالیں مشق کے واسطے (۸)

(۱) ایک مسبع کا ضلع ۵۹ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ جواب ۱۴۰۵٫۵۱۷ م گز

(۲) ایک کثیر الاضلاع منتظم بارہ ضلعے کی شکل کا عمود مشترک ۱۵ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتاؤ
جواب ۱۷ ۱/۲ م فٹ کی قریب

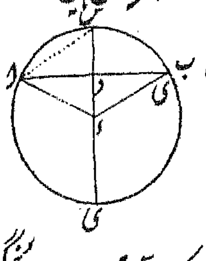
(۳) ایک مخمس کا ضلع ۳۷٫۰ فٹ ہے اور ایک مسدس کا ضلع ۳۰٫۰۰ فیٹ ہے تو بتاؤ رقبہ مخمس مین رقبہ مسدس سے کسقدر مربع فیٹ زیادہ ہونگے جواب ۱۷۰٫۶۶۲

(۴) ایک مثمن منتظم کا رقبہ ۱۵ مربع گز ہے اوسکے ضلع کا طول دریافت کرو
جواب ۹ ۳/۴ فیٹ

(۵) ضلع ایک مثمن منتظم کا ۲٫۶۷۳۰۵ ہے تو بتاؤ اوس مربع کا ضلع کیا ہوگا جسکا رقبہ برابر مثمن کے رقبہ کے ہے جواب ۱/۴

فصل ششم

اس فصل مین اون طول خطوط کی پیمایش کا ذکر ہے جو دائرہ سے متعلق ہین



(۱) قوس کے دو طرفون مین جو سیدھا فاصلہ ہوتا ہے اوسکو وتر قوس کہتے ہین
مثلاً قوس اس ب کا وتر اب ہے اور وہ قوس ای ب کا
لیکن اکثر چھوٹے ہی قوس کے وتر پر اطلاق اوسکا کیا کرتے ہین

ایک قطر زاویے قائم بناتا ہوا وتر اب پر نکالین تو وتر اور قوس دونون کی اوسے تنصیف ہوجاوینگے اور اد برابر ہوگا دب کے اور قوس اس نصف قوس اس ب سے ہوگی اور قوس اور وتر کے درمیان قطر کا حصہ س د ارتفاع قوس اس ب کا اور قوس ای ب کا ارتفاع دی ہے اور خط مستقیم اس وتر قوس اس یعنی نصف قوس اس ب کا کہلایگا

بس یہہ چارون خطوط قطر اور ارتفاع قوس اور وتر قوس اور وتر نصف قوس آپسمین ایسی نسبت رکھتے ہین کہ اگر انمین سے دو کی پیمایش اعداد مین معلوم ہو تو باقی کی پیمایش معلوم ہوسکتی ہے اس معلوم کرنیکے واسطے یہہ جملے بنائے ہین

اد^2 = ی د × س د اور اس^2 = ی س × س د

اس^2 = ی س × $\frac{1}{2}$ (ی س − $\sqrt{\text{ی س}^2 - \text{ا ی}^2}$)

حاشیہ اد^2 = ای^2 − ود^2 = ی و^2 − ود^2 = (ی و + ود) (ی و − ود) = ی د × د س اور

اس^2 = اد^2 + س د^2 = ی د × د س + س د^2 = (ی د + س د) × س د = ی س × س د

اور س د = (ای − ود) = او − $\sqrt{\text{او}^2 - \text{اد}^2}$ = $\frac{1}{2}$ (ی س − $\sqrt{\text{ی س}^2 - \text{ا ی}^2}$)

ان جملوں سے یہہ قواعد مستنبط ہوتے ہیں

اول قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے جو وتر سے دو حصے ہوتے ہیں اون کو ضرب دو اور حاصل ضرب کا دو چند جذر لو تو وتر معلوم ہوگا
قطر کے یہہ دونوں حصے دونوں قوسوں کے ارتفاع ہونگے

دوم قوس کا ارتفاع اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ارتفاع قوس میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر لو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہو جاویگا

سوم قوس اصغر کا وتر اور قطر معلوم ہے وتر نصف قوس کا دریافت کرو

قاعدہ

قطر اور وتر کے مربعونکی حاصل تفریق کا جذر قطر میں سے تفریق کرو اور نصف حاصل تفریق کو قطر میں ضرب دیکر حاصل ضرب کا جذر نکالو تو وتر نصف قوس کا معلوم ہوگا

(۲) ان صورتونکے سوای اور صورتوں کے لئی قاعدے بیان کرنے عبث ہیں اسلئے کہ طالب علمونکو یہہ قاعدہ خوب معلوم ہے کہ مثلث قائم الزاویہ میں جب دو ضلعے معلوم ہوتے ہیں تو تیسرا ضلع کسطرح دریافت کرتے ہیں اسبات کے معلوم ہونے سے بہت صورتوں میں اونکو مجہول معلوم ہوجاوینگی اور قطع نظر اسکے ہم مثالیں ایسی لکھتے ہیں کہ جسسے خوب توضیح مطالب کی ہوجاویگی

پہلی مثال ایک قوس کا ارتفاع ۲ اور دائرہ کا قطر ۵۲ ہو قوس کا او نصف قوس کا وتر دریافت کرو

س ی ۵۲ ہے اور س د ۲ ہے تو نصف قطر ا ذ یا س ذ ۲۶ ہے اور

عمود د ذ = ۲۶ - ۲ = ۲۴

اور ا ذ^۲ - د ذ^۲ = ا د^۲ = ۲۶^۲ - ۲۴^۲ = ۱۰۰ اسواسطے ا د = ۱۰ یا ا ب = ۲۰ یہہ کل قوس کا وتر ہے

اور ا د^۲ + د س^۲ = ا س^۲ = ۱۰۰ + ۴ اسواسطی ا س = √۱۰۴ = ۱۰٫۱۹۸ یہہ وتر نصف

قوس کا ہی اگر ہم دو اول قواعد مذکور الصدر کی استعانت سے زیادہ آسانی سے ہم اس سوال کو اسطرح

حل کر سکتے ہیں ۲ × ۲ √(۲×۵۰) = ۲۰ یہہ وتر کل قوس کا ہے √۲×۵۲ = ۱۰٫۱۹۸ او وتر نصف قوس کا

دوسری مثال ایک قوس کا وتر ۶۰ فیٹ ہو اور ارتفاع ۱۶ فیٹ ہو قطر او وتر نصف قوس کا دریافت کرو

ی د × س د = ا د^۲ یعنی ی د × ۱۶ = ۹۰۰ اسواسطے ی د = ۹۰۰ ÷ ۱۶ = ۵۶ ۱/۴

اور ی د + س د = ۷۲ ۱/۴ فیٹ یہہ قطر ہے

تیسری مثال ارتفاع ایک قوس کا ۵ فیٹ ۴ انچہ ہے اور وتر نصف قوس کا ۱۱ فیٹ ۴ انچہ

قوس کا وتر اور دائرہ کا قطر دریافت کرو

ا د^۲ = ا س^۲ - س د^۲ = ۱۳۶^۲ - ۶۴^۲ اسواسطے ا د = √۱۴۴۰۰ = ۱۲۰ انچہ

یا ۱۰ فیٹ کی اور ا ب = ۲۰ فیٹ یہہ وتر قوس کا ہے

اور ی س × س د = ا س^۲ یعنی ی س × ۶۴ = ۱۳۶^۲ اسواسطے ی س

= ۱۳۶^۲ ÷ ۶۴ = ۲۸۹ انچہ یا ۲۴ فیٹ ۱ انچہ یہہ قطر ہے

چوتھی مثال ایک قوس کا وتر ۲۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۱۰٫۱۹۸ ہے

قوس کا ارتفاع اور قطر دریافت کرو

س د^۲ = ا س^۲ - ا د^۲ = ۱۰۴ - ۱۰۰ = ۴ اسواسطے س د = ۲ یہہ ارتفاع ہے

اور ی س × س د = ا س^۲ یعنی ی س × ۲ = ۱۰۴ اسواسطے ی س = ۵۲ یہہ قطر ہے

پانچویں مثال نصف قوس کا وتر ۱۳۶ ہے اور قطر ۲۸۹ تو بتاؤ قوس کا ارتفاع اور وتر کیا ہے

س ی × س د = ا س^۲ یعنی ۲۸۹ × س د = ۱۳۶^۲ اسواسطے س د = ۱۸۴۹۶ ÷ ۲۸۹ = ۶۴
یہہ ارتفاع ہے

اور ا د^۲ = ا س^۲ − س د^۲ = ۱۳۶^۲ − ۶۴^۲ اسواسطے ا د = $\sqrt{۱۴۴۰۰}$ = ۱۲۰
یا اب = ۲۴۰ یہہ قوس کا وتر ہے

چھٹی مثال اگر ایک دائرہ مین قوس کا وتر ۲۰ فیٹ طول مین ہو اور قطر ۵۲ فیٹ تو بتاؤ چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف قوس کا وتر کیا ہے   ء د^۲ = ا ء^۲ − ا د^۲
= ۲۶^۲ − ۱۰^۲ = ۵۷۶ اسواسطے ء د = ۲۴ اور س د = ء س − ء د =
۲۶ − ۲۴ = ۲ فیٹ یہہ ارتفاع ہے

اور ا س^۲ = س د^۲ + ا د^۲ = ۴ + ۱۰۰ = ۱۰۴ اسواسطے ا س = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ
یہہ نصف قوس کا وتر ہے

دوسری ترکیب بموجب صورت سوم دفعہ اول کے ا س^۲ =
س ی × ½ (س ی − $\sqrt{\text{س ی}^۲ - \text{اب}^۲}$) یعنی ۵۲ × ½ (۵۲ − ۴۸) = ۱۰۴ اسواسطے
ا س = ۱۰٫۱۹۸ فیٹ

مثالین مشق کی واسطے (۹)

(۱) ایک قوس کا وتر ۵۴ ہے اور ارتفاع ۱۲ ہے قطر دریافت کرو   جواب ۷۲ ¾

(۲) ایک قوس کا ارتفاع ۳ انچہ ہے اور نصف قوس کا وتر ۶ انچہ ہے تو کل قوس کا وتر کیا ہوگا   جواب ۱۰٫۳۹۲۳ انچہ

(۳) ایک قوس کا وتر ۴۲ ہے اور ارتفاع ۳½ تو بتاؤ نصف قطر کیا ہے جواب ۶۴ ¾

(۴) ایک قوس کا وتر ۱۲ فیٹ ہے اور نصف قوس کا وتر ۹ انچہ ہے قوس کا ارتفاع دریافت کرو
جواب ۶۵ انچہ

(۵) نصف قوس کا وتر ۷ فیٹ ہے اور قطر ۱۰½ فیٹ قوس کا ارتفاع دریافت کرو

جواب ۴ فیٹ ۸ انچہ
(۶) ایک قوس کا ارتفاع ۵ انچہ ہے اور قطر ۸ انچہ نصف قوس کا وتر دریافت کرو
جواب ۳۲۴۷ ۶،۶
(۷) قطر دائرہ ۱۳۶۹ ہے تو اوس قوس کا ارتفاع دریافت کرو جسکا وتر ۸۴۰ ہے
جواب ۱۴۴ یا ۱۲۲۵
(۸) کل قوس کا وتر ۳ فیٹ ۴ انچہ اور ارتفاع آفیٹ ۹ انچہ ہو تو اوسکی نصف قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۲ فیٹ ۵ انچہ
(۹) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا ۴۸ ہے اور وتر نصف قوس کا ۵۴ ہے جواب ۷۲۹
(۱۰) اوس دائرہ کا قطر کیا ہوگا جسمین وتر کل قوس کا ۸۴۰ ہے اور نصف قوس کا وتر ۴۴۴ ہے
جواب ۱۳۶۹
(۱۱) اوس قوس کا ارتفاع بتلاؤ جسکا ارتفاع ۶ فیٹ ہے اور قطر دائرہ ۱۰ فیٹ ۲ انچہ ہے
جواب ۱۱۰ فیٹ
(۱۲) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۳ ہے اوسمین ایک قوس کا وتر ۱۵ ہے تو اوس قوس سے دوچند کا وتر کیا ہوگا جواب ۲۹ $\frac{۸۱۳}{۱۱۳}$
(۱۳) ایک دائرہ کا قطر ۱۱۰،۸ ہے اور اوسکے دو حصے ایک وتر سے جسکا طول ۴۶ ہوئے ہین تو نصف قوس اصغر کا وتر کیا ہوگا جواب ۵۳۷۲ ۲۳،۶
(۱۴) ایک دائرہ کا قطر ۳۷ ہے اور وتر مشترکہ اوسکے دو قوسون کا ۱۲ ہے تو نصف چھوٹے قوس کا وتر دریافت کرو جواب ۶۶۰۸۴۷
(۱۵) دائرہ کا محیط ایک وتر سے جسکا طول ۲۰۰ ہے دو قوسون مین تقسیم ہوا ہے اور قطر اوسکا ۱۶۸۱ ہے تو چھوٹے قوس کا ارتفاع اور نصف بڑے قوس کا وتر دریافت کرو

جواب ارتفاع ۱۸ اور وتر ۱۶۴۰

(۱۶) ایک دائرہ کا قطر ۱۶۹ ہے اور اوسکا محیط ایک وتر سے کہ طول مین ۱۲۰ ہے دو قوسون مین تقسیم ہوتا ہے تو چھوٹے قوس کی چوتھائی قوس کا وتر کیا ہوگا جواب ۳۳٫۱۴۳۶

(۱۷) ایک دائرہ کا قطر ۵۴۰٫۸ ہے اور ارتفاع قوس کا ۲۰٫۸ ہے تو اوس قوس سے دوچند قوس کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۸۰

(۳) قطر اور محیط کی نسبت کا بیان — محیط اور قطر مین نسبت اصم ہے وہ کبھی پوری نہین نکلی ہے نہ نکلیگی مگر ہان اتنا ہے کہ اوسکو جسقدر چاہین تقریباً دریافت کر سکتے ہین متقدمین نے نسبت قطر اور محیط کی ۷ و ۲۲ کی سی بتلائی متاخرین نے اوسکو زیادہ قریب بصحت کرکے یہہ کہا کہ قطر اور محیط مین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ۳٫۱۴۱۶ سے اور پھر اس سے بھی زیادہ تر یہہ نسبت قرار پائی جو ۱۱۳ کو ہے ۳۵۵ سے اور پھر اس سے بھی بہت زیادہ صحیح کے قریب یہہ نسبت مقرر ہوئی جو ۱ کو ہے ۳٫۱۴۱۵۹۲۶۵ سے اور اس سے آگے بھی قریب بصحت نسبت دریافت کر سکتے ہین مگر روزمرہ کی کاروائی کے لئے فقط نسبت ۱ : ۳٫۱۴۱۶ کی کافی ہے

اس نسبت تقریبی کا بتلانا اسطرح سے کہ بہت سے مبتدی لڑکون کی سمجھ مین آجاسے مشکل ہے مگر شاید سب سے زیادہ عمدہ ترکیب اوسکے بتلانیکی یہہ ہو جو ہم اب لکھتے ہین اوس سے زیادہ کوئی صاف اور سیدھی ترکیب نظر نہین آئی اور وہ اس کتاب پر مبنی ہے اوسکا استخراج دفعہ ۱ کی تیسرے جملہ پر موقوف ہے فرض کرو کہ ایک مسدس دائرہ کی اندر بنایا گیا ہے تو اوسکا ایک ضلع برابر نصف قطر کے ہوگا پس اگر قطر دائرہ ۲ ہو تو ضلع اوس مسدس کا یا وتر مسدس محیط دائرہ کا ۱ ہوگا اب اگر بارہ ضلعے کی شکل دائرہ مین بنائی جاوے تو اوسکا ایک ضلع وتر ہوگا نصف مسدس محیط دائرہ کا اور وہ اس صورت سے دریافت ہوگا کہ $د'^2 = ق \times \frac{1}{2}\left(ق - \sqrt{ق^2 - د^2}\right)$ جسمین د وتر نصف قوس کا اور ق قطر دائرہ کا اور د وتر کل قوس کا ہے پس جب قطر ۲ ہے تو اوپر کی صورت جبریہ کی شکل یہہ ہوگی کہ $د'^2 = 2 - \sqrt{4 - د^2}$ پس موافق اوسکے جب وتر چھٹے حصہ محیط کا ۱ ہے تو بارہوین حصے کا یہہ ہوگا $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$ اب اگر یہہ د

کی جگہہ رکہا جاوے تو وتر چوبیسوین حصہ کا $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$ اور علی ہذا القیاس اٹھتالیسوین حصہ کا $\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$ اب اگر اسیطرح سے قوسونکو تنصیف کرتے جایئن اور یہی عمل کرین تو دریافت ہوگا کہ وتر بہت قریب قریب اپنے اپنے قوسون کے ہوتے جاتی ہین یعنی جو عدد نہایت چھوٹے نصف قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہین وہ قریب قریب ہوتے ہین نصف اون عددونکے جو کل قوس کے وتر کو تعبیر کرتے ہین توضیح اوسکی جدول مفصلہ ذیل سے ہوتی ہے اوسکے عددون پر غور کرو تو اوپر کا بیان سمجھہ مین آجاویگا

جب نصف قطر ۱ ہو تو وتر

چھٹی حصہ کی محیط کا	۱ء۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰
بارہوین حصہ کا	ء۵۱۷۶۳۸۰۹۰۲۰
چوبیسوین حصہ کا	ء۲۶۱۰۵۲۳۸۴۴۴
اڑتالیسوین حصہ کا	ء۱۳۰۸۰۶۲۵۸۴۶
چھیانوین حصہ کا	ء۰۶۵۴۳۸۱۶۵۶۴
۱۹۲ نوین حصہ کا	ء۰۳۲۷۲۳۴۶۳۲۵
۳۸۴ وین حصہ کا	ء۰۱۶۳۶۲۲۷۹۲۱
۷۶۸ وین حصہ کا	ء۰۰۸۱۸۱۲۰۸۰۵
۱۵۳۶ وین حصہ کا	ء۰۰۴۰۹۰۶۱۲۵۸
۳۰۷۲ وین حصہ کا	ء۰۰۲۰۴۵۳۰۷۳۶
۶۱۴۴ وین حصہ کا	ء۰۰۱۰۲۲۶۵۳۸۱
۱۲۲۸۸ وین حصہ کا	ء۰۰۰۵۱۱۳۲۶۹۲
۲۴۵۷۶ وین حصہ کا	ء۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴۶

اب ان اعداد کو غور سے دیکھو تو معلوم ہوگا کہ آخر وتر گیارہ مرتبہ کے عشاریہ تک مطابق ہے اپنے

ماقبل کی نصف وتر کی پس اس سے تحقیق معلوم ہوا کہ اگر قطر دائرہ کا ۲ ہو تو طول ایک قوس کا جو ۲۲۵۷۶واں حصہ محیط کا ہے برابر ہوگا اپنے قوس کے وتر کے گیارہ مرتبہ کے اعشاریہ تک پس اسلئے ۲۲۵۷۶واں حصہ محیط کا = ۰ء۰۰۰۲۵۵۶۶۳۴۶ پس اس سے معلوم ہوا کہ کل محیط = ۲۲۵۷۶ گنی قوس = ۶ء۲۸۳۱۸۵۲ دائرہ کا قطر ۲ ہے اس سے ثابت ہوا کہ جس دائرہ کا ۱ ہے اوسکا محیط ۳ء۱۴۱۵۹۲۶ ہے اور دائرے سب آپس میں متشابہ ہوتے ہیں اسلئے محیط ہر دائرہ کا ۳ء۱۴۱۵۹۲۶ گنا قطر سے ہوا

(۴) قطر دائرہ کا معلوم ہے محیط دریافت کرو

قاعدہ

قطر کو ۳ء۱۴۱۶ میں ضرب دو حاصل ضرب محیط ہوگا

دائرہ کا محیط معلوم ہے قطر دریافت کرو

قاعدہ

محیط کو ۳ء۱۴۱۶ پر تقسیم کردیا اسکے متکافی ۱ ÷ ۳ء۱۴۱۶ میں ضرب دو یعنی ۰ء۳۱۸۳ میں حاصل ضرب محیط ہوگا انتباہ جہاں قطر میں بہت سے مراتب اعداد ہوں وہاں ترکیب ذیل کا استعمال عمل کو نہایت آسان کردیگا ظاہر ہے کہ ۳ء۱۴۱۶ برابر ہے ۳ء۰۸ × ۱ء۰۲ اور ۳ء۰۸ کا پچاسواں حصہ برابر ہے ۰ء۰۶۱۶ کے اور ۳ء۰۸ + ۰ء۰۶۱۶ = ۳ء۱۴۱۶ تو اس سے معلوم ہوا کہ کسی عدد کو ۳ء۰۸ میں ضرب دیں اور حاصلضرب پر حاصلضرب کا پچاسواں حصہ زیادہ کردیں تو وہی حاصل جو اوس عدد کو ۳ء۱۴۱۶ میں ضرب دینے سے حاصل ہوتا

پہلی مثال قطر دائرہ ۳۵ء۴۹۶۶ ہے محیط دریافت کرو

آسان ترکیب	ترکیب مروجہ
۴۹۶٫۳۵	۴۹۶٫۳۵
۳٫۰۸	۳٫۱۴۱۶
۳۹۷۰۸	۲۹۷۸۱۰
۱۴۸۹۰۵	۴۹۶۳۵
۱۵۲۸٫۷۵۸۰	۱۹۸۵۴۰
	۴۹۶۳۵
۱/۵ حصہ = ۳۰٫۵۷۵۱۶	۱۴۸۹۰۵
۱۵۵۹٫۳۳۳۱۶ یہہ جواب ہے	۱۵۵۹٫۳۳۱۳۱۶۰ یہہ جواب ہے

دوسری مثال ایک دائرہ کا نصف قطر ۴۹۶٫۳۵ فیٹ ہے، تو اوسکی محیط جو قوس ۵° ۷′ ۳۷½″ کی ہے اوسکا طول بتلاؤ کیا ہوگا

قطر دائرہ ۹۹۲٫۷ ہے اور محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۹۹۲٫۷ = ۳۱۱۸٫۶۶۸

یہہ طول ۳۶۰° کا ہے

اب ۵° ۷′ ۳۷½″ یا ۵ ۵/۸ درجہ ۶۴واں حصہ ۳۶۰° کا ہے اسواسطے ۳۱۱۸٫۶۶۸ ÷ ۶۴

= ۴۸٫۷۲۳ فیٹ کے یہی جواب ہے

تیسری مثال دائرہ کا محیط ۱۵۵۹٫۳۳ ہے قطر اوسکا دریافت کرو

۱۵۵۹٫۳۳ ÷ ۳٫۱۴۱۶ یا ۱۵۵۹٫۳۳ × ۰٫۳۱۸۳۱ = ۴۹۶٫۳۵

چوتھی مثال کس نصف قطر پر دائرہ بناویں کہ اوسکے محیط کی قوس ۲° ۴۴′ ۲۵½″ کا طول ۱۴ فیٹ ہو

جب ۷۸۶۵ ۱/۲ دقیقہ کا طول ۱۴ فیٹ ہو تو

ایک دقیقہ کا طول $\frac{۲۸}{۲۳۵۷۳۱}$ ہوگا

۳۶۰ درجہ = کل محیط × $\frac{۳۶۰ × ۶۰ × ۶۰ × ۲۸}{۲۳۵۷۳۱}$

∴ نصف قطر = $\frac{۲۸ × ۶۰ × ۶۰ × ۳۶۰ × ۰٫۳۱۸۳۱}{۲۳۵۷۳۱ × ۲}$ = ۲۴ ½ فیٹ کے یہی جواب ہوا

امثلہ نمبری ۱۰

(۱) جس دائرہ کا قطر ۲۹ انچہ ہے اوسکا محیط دریافت کرو جواب ۹۱٫۱۰۶ انچہ

(۲) اوس دائرہ کا محیط کیا ہے جسکا قطر ۱۸٫۴۷۹ فیٹ ہے جواب ۱۱۶٫۱۰۷ انچہ

(۳) زمین کا قطر ۷۹۱۶ میل ہے اوسکا محیط بتلاؤ جواب ۲۴۸۶۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۵۹۱٫۷۳۸ فیٹ ہے اوسکی محیط کے تیرہویں حصہ کا محیط دریافت کرو جواب ۱۴۳ فیٹ

(۵) ایک دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا محیط ۷۹۷ گز ہے جواب ۲۵۳٫۶۹۳ گز

(۶) اگر ایک دائرہ کا محیط ۲۲۵ ۲/۳ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۲۷۸ء فیٹ

(۷) ایک مدور کہیت کا نصف قطر ۶۳ گز ہے تو بتاؤ اوسکی مینڈہ بندی کی لاگت بحساب ۱۰/۷ پائی فی گز کیا ہوگی جواب ۳۵ روپیہ ۳/ ۹ ۱/۴ پائی

(۸) اگر نصف النہار زمین کے ایک درجہ کا طول ۶۹٫۱ ہو تو بتاؤ زمین کا قطر کیا ہوگا جواب ۷۹۱۸

(۹) جس دائرہ کا قطر ۱۵ انچہ ہے اوسکے محیط کی ۱۷° و ۱۶′ کا کیا طول ہوگا جواب ۲٫۲۴۰۲ انچہ

(۱۰) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہو تو اوسکے ۸ فیٹ لمبی قوس میں کے درجے ہونگے جواب ۱۸۳° ۲۰′ ۴۷″

(۱۱) ایک دائرہ کا نصف قطر ۴ فیٹ ہو تو اوسکے محیط کے ۱۹ انچہ میں کے درجے ہونگے جواب ۲۲° و ۴۰′ و ۴۶″

(۱۲) ایک دائرہ کے محیط میں ۴۷° و ۴۴′ و ۵۴″ کا طول ۵ انچہ ہو تو بتاؤ دائرہ کا قطر کیا ہے جواب ۱ فٹ

(۱۳) دائرہ کے اوس قوس میں کے درجے ہونگے جو اوسکے نصف قطر کے برابر طول میں ہے جواب ۵۷° ۱۷′ ۴۵″

(۱۴) ایک دائرہ کے قوس ۷۵° و ۳۰′ کے طول میں برابر ہے دوسرے دائرہ کے قوس ۴۵° و ۴۰′ سکے انچہ

پس اگر محیط پہلے دائرہ کا ۲۱ فیٹ ہو تو دوسرے دائرہ کا قطر کیا ہوگا جواب ۱۶۲ء۷

(۱۵) ایک باغ کے گرداگرد چکر کی سڑک بنی ہوئی ہی جسکے باہر کے چکر کا محیط ۳۳۰ گز ہو اور اندر کے چکر کا محیط ۱۳۱ گز ہے تو بتاؤ سڑک کتنی چوڑی ہے جواب ۳۱٫۰۲۴ گز

(۱۶) ہاف کردن جسکا رواج ابہی ہندوستان میں ہوا ہے سونے کا سکہ انگلستان کا ہے اوسکا محیط بتلاؤ اگر اوسکا قطر شلنگ کے قطر سے ۱۳۲ء انچہ زیادہ لنبا ہو اور شلنگ اور ہاف کردن کے قطر ملکر برابر ہوں اوس دائرہ کے قطر کے جسکا محیط ۷ انچہ ہے جواب ۱۴ انچہ

(۱۵) ایک قوس صغر کا وتر یا ارتفاع معلوم ہی اور قطر دائرہ کا بہی معلوم ہے قوس کا طول دریافت کرو

قاعدہ

نصف قوس کے وتر کے آٹہہ گنے میں سے وتر قوس کو تفریق کرو حاصل تفریق کی تہائی لنبائی قوس کی ہوگی اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو اس قاعدہ کو کام میں لاؤ کہ چوتہائی قوس کے وتر کی آٹہہ گنی میں سے نصف قوس کا وتر تفریق کرو تو حاصل تفریق کی دو تہائی زیادہ تر صحیح طول قوس کا ہوگا یہہ قاعدہ ایسا ہے کہ بالکل ٹہیک ٹہیک طول قوس کا نہیں دریافت ہوتا بلکہ اوسمیں کچہہ غلطی ہی ہے اور یہہ غلطی اوسیقدر بڑی ہوگی جسقدر قوس بڑی ہوگی یا وتر کا جسقدر طول بڑا ہوگا لیکن اکثر سوالات عملی کی کارروائی میں غلطی ایسی خفیف ہوتی ہی کہ وہ قابل لحاظ نہیں ہوتی اور خصوصاً یہہ غلطی تو اوسوقت بالکل ہی قابل لحاظ نہیں جب دوسری صورت قاعدہ کے کام میں لائی جاوے اول قاعدہ اون قوسونکے طول دریافت کرنیکے لئی کافی ہے جو ۸۰ء سے کم ہے اور وتر نصف قطر سے کم ہے اور اوسکی قیمت عددی ۱۰۰ء سے زیادہ نہیں ہے لیکن جب طول ایسے قوس کا دریافت کرنا ہو کہ نصف محیط دائرہ سے بڑی ہو تو اوس دقت چہوٹے قوس کا طول دریافت کرو اور اوسکو کل محیط میں سے تفریق کرلو تو بڑے قوس کا طول معلوم ہو جاویگا

پہلی مثال نصف دائرہ سے کم قوس کا وتر ۲۵ ہے اور قطر دائرہ کا ۴۱ ۲/۳ ہی طول قوس کا دریافت کرو

اب یہاں وتر اور قطر میں نسبت ایسی ہے جیسی کہ اعداد ۶ اور ۱۰ میں اور تمام دائرے ایک دوسرے کے

متشابہ ہوتے ہین اسواسطے اول ہم طول اوس قوس کا دریافت کرتے ہین جسکا وتر ۶ اور قطر ۱۰ ہے

وتر نصف قوس کا جذر ۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۶²)) = ۳٫۱۶۲۲۸ ہے اسکی اٹھ گنے سے عدد ۶ کو تفریق کرو تو باقی کی تہائی ۶٫۴۳۲۷ طول اوس قوس کا ہے جسکا وتر ۶ ہے اسواسطے جس قوس کا وتر ۲۵ ہے اوسکا طول ۲۶٫۸۰۳ ہے یہی جواب ہے

اب زیادہ صحیح جواب حاصل کرنیکے لئے یہہ عمل کرو کہ

وتر چوتھائی قوس کا ہے جذر ۱۰ × ½ (۱۰ − √(۱۰² − ۱۰)) = ۱٫۶۰۱۸۲ اسکی اٹھ گنی سے اس عدد ۳٫۱۶۲۲۸ کو تفریق کرو تو دو تہائی ۶٫۴۳۴۸۴ طول اوس قوس کا ہے جسکا وتر ۶ ہے جب یہہ طول قوس کا ۶ کے وتر کا ہے تو ۲۵ کے وتر کا طول قوس ۲۶٫۸۱۲ ہوگا اور یہہ بہت قریب اصل طول کے ہے

دوسری مثال وتر ایک قوس کا ۱۸ ہے اور ارتفاع ۲۰ طول قوس کا دریافت کرو

قطر یہہ ہے کہ (۹² + ۲۰²) ÷ ۲۰ = ۲۴٫۰۵ پس اس سے طول چھوٹے قوس کا جسکا ارتفاع ۴٫۰۵ ہے دریافت کرین اور وتر نصف قوس کا جذر (۲۴٫۰۵ × ½ (۲۴٫۰۵ − √((۲۴٫۰۵)² − ۹۷٫۴۰۲۵))) = ۱۵٫۰۴۷ اس رقم محصلہ کی اٹھ گنی سے وتر نصف قوس کا تفریق کرو تو دو تہائی حاصل تفریق کی یہہ ہوگی ۲۰٫۳۳۸ یہہ طول چھوٹے قوس کا ہے جسکا وتر ۱۸ ہے

اگر زیادہ تر صحت منظور ہو تو یہی عمل تیسری مرتبہ کرو تو ۲۰٫۳۳۹ حاصل ہونگے اور اوسمین اور پہلے جواب مین بہت کم فرق ہے محیط ۳٫۱۴۱۶ × ۲۴٫۰۵ = ۷۵٫۵۵۵

چھوٹے قوس = ۲۰٫۳۳۹

بڑے قوس = ۵۵٫۲۱۶ یہہ جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۱)

(۱) ایک دائرہ کا قطر ۳۴ ہے اور اوسکی ایک قوس کا وتر ۱۶ ہے تو بتاؤ اوس قوس کا طول کیا ہوگا

جواب ۸ ۶۵۸ ۱۶ و ۱۵۶ و ۹۰

(۲) ایک قوس نصف دائرہ سے کم ہے اور اوسکا وتر ۳۳۶ ہے اور قطر ۶۲۵ ہے طول قوس کا دریافت کرو جواب ۳۵۴،۷۴

(۳) ایک قوس کا طول دریافت کرو جسکا وتر ۶۰ ہے اور ارتفاع ۱۶ ہے جواب ۶۹،۰۴

(۴) قوس کا طول کیا ہوگا جسکا وتر ۱۸ انچہ ہے اور قطر ۸۳ $\frac{1}{3}$ انچہ ہے
جواب = ۱۵۴،۵۵ انچہ

(۵) وتر ایک قوس کا ۳۶ ہے اور ارتفاع ۴ ہے تو بتاؤ طول قوس کا کیا ہے جواب ۳۷،۱۷

(۶) ایک قوس کا کیا طول ہوگا جسکا وتر ۲۷ گز ہے اور ارتفاع آٹھہ گز ہے جواب ۳۲،۹۳ گز

(۷) ایک دائرہ کا محیط اوسکی قطر سے ۱۰۰ گز بڑا ہے اور اوسکو دو قوسوں کا وتر مشترکہ ۲۵ گز ہے تو اون قوسوں میں چھوٹے قوس کا طول کیا ہوگا جواب ۲۶،۳۸ گز

فصل ہفتم
دائرہ کی مساحت میں

(۱) ایک دائرہ کا رقبہ دریافت کرو

قاعدہ

قطر کے مربع کو ۷۸۵۴، میں ضرب دو یا زیادہ صحت منظور ہو تو اوسکو ۷۸۵۳۹۸۲، میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ دائرہ کا ہوگا دلیل اس قاعدہ کی اسطرح سے خوب سمجھہ میں آسکتی ہے کہ دائرہ کیا ہے ایک کثیر الاضلاع ہے جسکے اضلاع کی تعداد لانہایہ ہے اور رقبہ کثیر الاضلاع کا حاصلضرب عمود اور نصف مجموعہ اضلاع کا ہوتا ہے یہان عمود تو منطبق اور برابر نصف قطر کے ہے اور مجموعہ اضلاع دائرہ کا محیط ہے اور محیط برابر ہوتا ہے قطر × ۳،۱۴۱۶ کے پس عمود × نصف مجموعہ اضلاع میں یہہ ہوا کہ نصف قطر × $\frac{1}{2}$ (قطر × ۳،۱۴۱۶) کے یعنی مربع قطر کا × ۷۸۵۴، میں

جب محیط اور قطر دونو دائرہ کے معلوم ہون تو نصف قطر کو نصف محیط مین ضرب دینے سے رقبہ دائرہ کا حاصل ہوجایگا

انتباہ

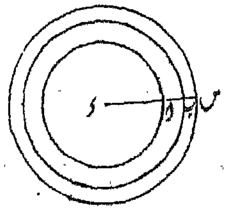
پہلے ایک آسان ترکیب ۳ء۱۴۱۶ مین ضرب دینے کی بیان کرآئے یہان اوسی قبیل کی ترکیب ء۷۸۵۴ مین ضرب دینے کی یہہ ہے کہ جس عدد مین ضرب دینا ہو اوسکو اول ء۷۷ مین ضرب دین اور حاصلضرب پر پچاسوان حصہ حاصلضرب کا زیادہ کرین تو ماحصل وہی ہوگا جو ء۷۸۵۴ مین ضرب دینے سے حاصل ہوتا

اول مثال قطر دائرہ کا ۴۹۲ ہے رقبہ اوسکا بتلاؤ

ترکیب مروج	آسان ترکیب
(۴۹۲)۲ = ۲۴۲۰۶۴	۲۴۲۰۶۴
ء۷۸۵۴	ء۷۷
۹۶۸۲۵۶	۱۶۹۴۴۴۸
۱۲۱۰۳۲۰	۱۶۹۴۴۴۸
۱۹۳۶۵۱۲	۵۰) ۱۸۶۳۸۹ء۲۸
۱۶۹۴۴۴۸	۳۷۲۷ء۷۸
۱۹۰۱۱۷ء۰۶۵۶	۱۹۰۱۱۷ء۰۶

دوسری مثال ایک روپیہ کا محیط ۴ انچہ اور ایک پیسے کا محیط ۳ انچہ ہے تو بتاؤ روپیہ کتنی جگہہ زیادہ بہ نسبت پیسے کے گہیرتا ہے پیسے کا قطر ۳×ء۳۱۸۳۱ ہے اور روپیہ کا قطر ۴×ء۳۱۸۳۱ ہے اور رقبہ برابر ہوتا ہے قطر × ¼ محیط اسلئے فرق رقبون کا برابر ہوا (۴² − ۳²) ¼ × ء۳۱۸۳۱ = ء۵۵۷ انچہ یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک دائرہ جسکا قطر ۲۳ انچہ ہے تین برابر حصوں مین ۲ محیطون سے تقسیم ہوا جنکا مرکز وہی ہے جو پہلی دائرہ کا تہا تو یہہ دو برابر حلقے جو پیدا ہوئے ہین اونکا عرض دریافت کرو جن حلقون کا عرض اب اور ب س ہے اونمین سے ہر ایک مساحت مین برابر اوس دائرہ کے ہے جسکا قطر د ا ہے تو ان تینون دوائر متحد المرکز کے رقبون مین نسبت ۱ و ۲ و ۳ کی



کی ہوئی اور تمام دائرے متشابہ ہوتے ہین
اسواسطے ان دائرون کے رقبون مین نسبت ایسی ہوگی
جیسے نصف قطر د ا اور د ب اور د س کے مربعون مین
اسلئے معلوم ہوا کہ نصف قطرون مین وہ نسبت ہے جو ۱ و ۲ و ۳
کے جذرون مین

پس اسوجہ سے $\sqrt{۳} : \sqrt{۲} :: ۱۱\frac{۱}{۲} : \frac{۲۳}{۶} \times \sqrt{۶} = ۹ء۳۸۹۷$ انچہ یہہ د ب ہے

$\sqrt{۳} : \sqrt{۱} :: ۱۱\frac{۱}{۲} : \frac{۲۳}{۶} \times \sqrt{۳} = ۶ء۶۳۹۵$ انچہ یہہ د ا ہے

پس عرض ا ب = ۲ء۷۵۰۲ انچہ ہے

اور د س – د ب = ب س = ۲ء۱۱۰۳ انچہ ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۲)

(۱) اوس دائرہ کا رقبہ کیا ہے جسکا قطر ۹۵ ہے   جواب ۷۰۸۸ء۲۲

(۲) ایک گول میز کے اوپر کے تختہ کا رقبہ کیا ہوگا جسکا قطر $۴\frac{۱}{۲}$ گز ہے جواب ۱۵ء۹۰۴۳ م گز

(۳) نصف قطر ایک دائرہ کا $۵۷\frac{۱}{۲}$ ہے تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۱۰۳۸۶ء۸۹

(۴) ایک دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ۷ انچہ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ ۔ جواب ۲۴ م فیٹ ۶۹ء۶۷ انچہ کے

(۵) ایک دائرہ کا محیط ۲۵ ہے اوسکا رقبہ کیا ہے   جواب ۴۹ء۷۳۶

(۶) دائرہ کا محیط ۳۵۵ ہے اور اوسکا قطر ۱۱۳ ہے رقبہ دائرہ کا دریافت کرو جواب $۱۰۰۲۸\frac{۳}{۴}$

(۷) ایک دائرہ کا رقبہ ۹۶۱ م گز ہے اوسکا قطر دریافت کرو   جواب ۳۴ء۹۸ گز

(۸) اوس دائرہ کا قطر دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو اوس مربع کے رقبہ کے جسکا ضلع ۹ء۷۹۲۸ گز ہے   جواب ۱۱ء۰۵ گز

(۹) محیط اوس دائرہ کا دریافت کرو جسکا رقبہ ۳۱۹ء۲۰۵۸ ہے جواب ۶۳ء۳۳۴۵

(۱۰) ایک ایکڑ گول زمین کا قطر کیا ہوگا   جواب $۷۸\frac{۱}{۲}$ گز

(۱۱) نصف دائرہ کی شکل کا ایک فرش ہے اور اوسکا قاعدہ ۱۴ گز ہے اور ۴ ½ فیٹ چوڑا گاڑہا ۳۰ گز کا اوسمین لگا ہے اور اس کا ہوت مین ۱۰ ½ گز کپڑا کترنون مین گیا ہے تو بتاؤ کیا لاگت فرش مین لگیگی جواب ۱۰ روپیہ ۱۴ ۱۱ ½ پائی

(۱۲) ایک چکر کی سڑک ہے اور اوسکے اندر کے چکر کا قطر ۱۸ گز ہے اور باہر کے چکر کا ۲۳ گز قطر ہے تو اوس چکر کی سڑک پر کے گز بجری بچھیگی جواب ۱۶۱

(۱۳) ایک مربع کا ضلع دریافت کرو جسکا رقبہ برابر ہو ایک ایسے دائرہ کی جسکا محیط ۲۶،۸۵۴۹ انچہ زیادہ اوسکے قطر سے ہو جواب ۱۱،۱۱۳ انچہ

(۱۴) دو دائرے کرم اورن ہین اور اونکے رقبے ۳۰ ½ و ۴۹ مربع فیٹ ہین تو بتلاؤ ن مین کے درجہ کے قوس طول مین برابر م کے ۴۲° کے قوس کے ہوگی جواب ۳۳°

(۱۵) ایک باغ نصف دائرہ کی شکل کا ہے اور اوسکا احاطہ ۲۴۹ گز کا ہے تو بتاؤ اوس باغ مین کسقدر زمین ہے جواب ۳ روڈ و ۷۸ ،۱ پول

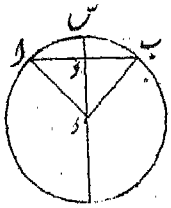
(۱۶) اگر ایک مثلث متساوی الاضلاع کے تینون ضلعون کا مجموعہ برابر ہو ایک دائرہ کے محیط کی تو ثابت کرو کہ مثلث کی رقبہ کو دائرہ کے رقبہ سے ایسی نسبت ہے جیسی کہ ۴۹ کو ہے ۸۱ سے

(۱۷) موہن سوہن رادہا نے ملکر ایک سان کا چکر ۶،۳ انچہ قطر کا ۲/۵ کو خریدا اور اس قیمت مین سے موہن نے ۱ ½ اور سوہن نے ۱ ½ اور رادہا نے ۱ ½ دئیے تو بتاؤ موافق اپنی قیمت کی موہن اور سوہن اور رادہا کو اوس سان کی کے انچہ تک کام مین لانیکا استحقاق حاصل ہے جواب موہن کو ۶ انچہ اور سوہن کو ۴ انچہ اور رادہا کو ۸ انچہ

(۱۸) فرض کرو کہ یہی سان ۲/۵ کو خرید ہوتا اور اوسکا قطر ۳۵ انچہ ہوتا اور موہن نے ۱ ½ اور سوہن نے ۱ ½ اور رادہا نے ۱ ½ دئیے ہوتے اور پانچ انچہ مربع کا گردہ بیچو بیچ لکڑی لگانے کے لئے چھوڑ دیا تھا تو اب بتاؤ ہر ایک کے انچہ کی نصف قطر سان کو کام مین لانیکا استحقاق رکھتا ہے جواب موہن ۱۳،۳۵۷۹ اور سوہن اور رادہا مین سے ہر ایک ۵،۳۰۳۳ انچہ

(۲) ایک دائرہ کا قطاع د ا س ب مثلثی شکل کا اور دو نصف قطروں اور محیط کے درمیان واقع ہوا ہے،

اور محیط اون نصف قطروں کے درمیان ہے،



ظاہر ہے کہ رقبہ اس قطاع کا دائرہ کے رقبہ کا ایسا حصہ ہوگا

جیسا کہ قوس ا س ب محیط دائرہ کا حصہ ہے پس اس سے یہہ قاعدہ

قطاع کے رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوتا ہے

قاعدہ

نصف قطر کو نصف قوس میں ضرب دو حاصلضرب رقبہ قطاع کا ہوگا

پہلی مثال قوس قطاع ۴۲° ہے اور دائرہ کا نصف قطر ۱۵ فیٹ ہے رقبہ قطاع کا دریافت کرو

دائرہ کا رقبہ ۳۰٫۸۵۴۷ × ۳ مربع فیٹ کی ہے اور ۴۲ تین سو ساٹھوین حصے برابر ہیں

سات ساٹھوین حصوں کے پس اسلئے رقبہ قطاع کا ۷/۶۰ حصہ رقبہ دائرہ کا ہے

یعنی ۷۸۵۴ × ۱۵ یا ۸۲٫۴۶۷ م فیٹ ہے اور یہی جواب ہے

دوسری مثال وتر ایک قطاع کا ۲۴ ۱/۲ ہے اور قطر دائرہ کا ۳۰ ہے رقبہ قطاع کا بتلاؤ اب

یہاں موافق قاعدہ اول کے طول قوس کا ۲۸٫۲۴ دریافت کیا اور پہر ۱۲ ۱/۲ ۱۴ × ۱۵ = ۲۱۱٫۸

یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطی (۱۳)

(۱) ایک قطاع کی قوس ۵۲° ۲۵ ہے اور دائرہ کا قطر ۱۲ ہے رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۶٫۴۱۵

(۲) اوس قطاع کا رقبہ بتلاؤ جسکا وتر ۱۴۹٫۳ اور قطر ۲۵۰ ہے جواب ۱۰۰۰۰

(۳) ایک قطاع کی قوس ۳° ۴۴ ۴۴ ہے اور دائرہ کا قطر ۵ فیٹ ہے اوسکا رقبہ بتلاؤ

جواب ۲۱۹٫۰۴ ہے

(۴) ایک قطاع کا وتر ۱۹۸ ہے اور دائرہ کا قطر ۲۸۰ ہے، رقبہ قطاع دریافت کرو جواب ۱۵۳۹۴

(۵) قطعہ دائرہ وہ جز دائرہ کا ہے جو وتر سے قطع کیا جاوے پہلی دفعہ کی شکل کو دیکھو تو

اجزا اس ب اور ا ی ب قطعات ہین وتر ا ب سے قطع ہوئی ہین اب ظاہر ہے کہ رقبہ نصف دائرہ سے کم قطعہ کا یعنی قطعہ اصغر کا یہہ ہوگا کہ قطاع کے رقبہ مین سے اوس مثلث کا رقبہ کم کرین جو نصف قطرون سے وتر پر بنا ہے پس اسسے یہہ قاعدہ قطعہ کے رقبہ دریافت کرنیکا مستنبط ہوا

قاعدہ

اول اوسی قطعہ کے قوس پر جو قطاع واقع ہے اوسکا رقبہ دریافت کرو اور پھر اوس مثلث کا رقبہ معلوم کرو جو قطاع مین سے کم ہوکر قطعہ پیدا کرتا ہے اور پہلے رقبہ مین سے دوسرے رقبہ کو تفریق کرو تو حاصل رقبہ قطعہ ہوگا اسلئے کہ قطاع جو قطعہ کے قوس پر ہے اوسکی رقبہ مین اور قطعہ کے رقبہ مین فرق بقدر رقبہ مثلث کے ہے پس قطاع کے رقبہ مین سے مثلث کے رقبہ کی تفریق کرنے سے رقبہ قطعہ کا حاصل ہوجاویگا

اور جب قطعہ نصف دائرہ سے بڑا ہو یعنی قطعہ اکبر ہو تو جو قطعہ وتر مشترک پر چھوٹا ہے اوسکا رقبہ موافق قاعدہ مذکور الصدر کے دریافت کرو اور کل دائرہ کے رقبہ مین سے تفریق کرلو

مثال ایک دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو وتر ۲۴ ہے اور قطر ۲۵ ہے

عمود دی جذر (ا د۲ - ا ی۲) کا ہے اور یہہ = ۳ ½ اسواسطے ارتفاع س د ۹ ہے اور اسیلئے وتر نصف قوس کا ۱۵ ہے اور اسی ربعہ قوس کا وتر ۷؍۹۰۵۷ دریافت ہوگا اور زیادہ صحت کیلئے اس سبب سے کہ زاویہ قطاع کا بڑا ہے آٹھوین حصہ قوس کا طول ۴؍۰۰۴۸ دریافت کیا اور اس وتر کے آٹھ گنے سے ۷؍۹۰۵۷ تفریق کرو اور حاصل تفریق کی چار تہائی لو تو ہمکو طول قوس اس ب کا ۳۲؍۱۷۵ معلوم ہوگا اور اسکے نصف کو نصف قطر مین ضرب دین تو حاصل ضرب ۲۰۱؍۰۹۳۷۵ حاصل ہوتا ہے یہہ قطاع کا رقبہ ہے اب اسمین سے رقبہ مثلث ا ی ب کا ½ (۲۴ × ۳ ½) تفریق کرو تو حاصل تفریق ۱۵۹؍۰۹۳۷۵ ہوگا اور یہہ رقبہ قطعہ اس ب کا ہے

مثالین مشق کی واسطے (۱۴)

(۱) ایک قوس کا وتر ۴۰ ہے اور قطر ۵۰، تو رقبہ دائرہ کے چھوٹے قطعہ کا کیا ہوگا جواب ۲۷۹ $\frac{1}{4}$

(۲) ایک قوس کا وتر ۴۹ ہے اور قطر ۱۰۰ ہے، چھوٹے قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۲۱۲

(۳) ارتفاع ایک قوس کا ۸۷۰ء ہے، اور قطر آہی قطعہ کا رقبہ دریافت کرو جواب ۳۳۳ء۰

(۴) وتر قطعہ مدور کا ۸ ہے اور ارتفاع ۳ ہے، رقبہ کیا ہے جواب ۱۷ء۶۷۷

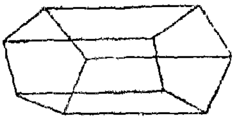
(۵) قطعہ کا ارتفاع ۲۴ $\frac{3}{4}$ گز ہے اور قطر ۲۵۰ گز ہے تو اوسکا رقبہ کیا ہوگا جواب ۲۵۱۵ م گز

(۶) ایک دائرہ کا نصف قطر ۱۳ ہے، تو بتاؤ رقبہ اوسمین اوس بڑے قطعہ کا جو ۱۰ انچہ وتر سے منقطع ہو کیا ہوگا جواب ۲۰۹ء۵۲۴ م انچہ

فصل ہشتم

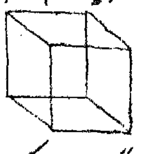
(۱) علم ہندسہ مین جسم اوسکو کہتے ہین کہ جسمین امتداد ثلاثہ یعنی طول و عرض و سمک ہوتے ہین اوسکو ایک سطح یا کئی سطوح احاطہ کرتے ہین اور جو جگہہ جسم مین سے گھرتی ہے اوسکو جسامت یا ضخامت یا حجم کہتے ہین

(۲) منشور وہ جسم ہے کہ اوسکی دونو قاعدون کے سطوح متوازی ہون اور باقی اطراف مین اوسکی سطوح متوازی الاضلاع ہون اب یہہ قاعدے منشور کے مثلث اور ذوار بعۃ الاضلاع یا کوئی اور مستقیم الاضلاع ہو سکتے ہین پس اگر منشور کے قاعدے مثلث ہین تو منشور مثلثی اور اگر مستطیل ہین تو منشور مستطیلی اور اگر مربع ہین تو منشور مربعی اور مخمس ہین تو منشور مخمسی اور علی ہذا القیاس کہلاتی ہین اگر ایک منشور کی چھہون طرفون سطوح متوازی الاضلاع ہون تو اوس



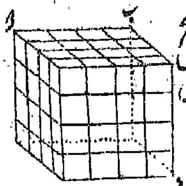


منشور کو جسم متوازی السطوح کہتے ہین اور اگر یہہ سطوح متوازی الاضلاع قائمۃ الزاویہ ہین تو جسم کو جسم متوازی السطوح قائم کہینگے اور اگر وہ برابر برابر ہون تو جسم کو مکعب کہینگے اور ضلع مکعب کا مراد طرف مکعب سے نہوگی بلکہ اوسکے کنارہ سے مراد ہوگی



جس منشور کی اطراف اوسکے قاعدون پر عمود ہون اوسکو منشور قائم کہینگے سوائے اسکے جو اور صورت منشور کی ہو اوسکو منشور مائل

(۳) مجسم کی جسامت ناپنے کے پیمانے امتداد ثلاثہ طول و عرض و سمک سے پیدا ہوتے ہین
فرض کرو کہ جسامت شکل مکعبی آد کی بیان کرنی منظور ہے اوسکی اوپر کی طرفین سب برابر مربعی ہین
اور اوسکا طول اور عرض اور سمک سب آپسمین برابر ہین
پس اگر طول اب ۱ انچہ اور عرض ب س ۱ انچہ اور عمق
یا ارتفاع س د ۱ انچہ طول مین ہو تو ساری جسامت کو ہم ۱ انچہ مکعب کہینگے
لیکن اگر ہر ایک کنارہ مکعب کا ۴ انچہ طول مین ہو تو اب اور ب س اور س د کو چار برابر حصون مین تقسیم
کرنیسے خطوط متوازی تقسیم کرتے ہوئے کہینچنے سے چار برابر حصون مین جسم تقسیم ہوگا اور اون حصون مین سے



ای ایک ہوگا اب ظاہر ہے کہ جسم آی مین اسقدر انچہ مکعب ہین جسقدر سطح
اس مین انچہ مربعی ہین یعنی ۴×۴ مکعب انچہ اور کل جسم چہار چند آی سطح ہے اسلئے
اوسمین ۱۶ انچہ مکعب × ۴ = ۶۴ مکعب انچ

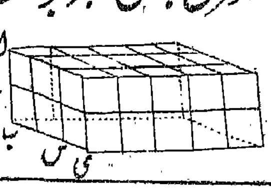
(۴) مکعبی پیمانے اکثر انچہ و فیٹ اور گز ہوتے ہین پس ۱۲×۱۲×۱۲ یا ۱۷۲۸ مکعب انچ ایک مکعب فیٹ
ہین اور ۳×۳×۳ یا ۲۷ مکعب فیٹ ایک مکعب گز ہوتے ہین اور ظروف کی ظرفیت دریافت کرنیمین اکثر
گیلن کام مین لاتے ہین گیلن شاہی آبکاری کے کارخانہ مین بہت مستعمل ہے اور اوسکا ظرف یعنی سماو
۲۷۷٫۲۷۴ یا ۲۷۷ ¼ مکعب انچہ ہے اور اوسمین ۴ کوارٹر یا ۸ پینٹ ہوتے ہین

(۵) ایک منشور کی جسامت مکعبی دریافت کرو

قاعدہ

ایک قاعدے کے رقبہ کو اوس بعد عمودی مین کہ قاعدون کے درمیان ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت مطلوب ہوگی

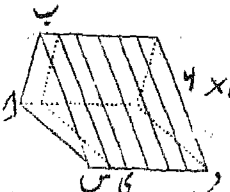
پہلی مثال ایک سل سنگ مرمر کی ۵ فیٹ لنبی اور ۳ فیٹ چوڑی اور ۲ فیٹ موٹی ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی
فرض کرو کہ طول س د پانچ برابر حصون مین تقسیم ہوا ہے اور عرض ب س ۳ برابر حصون مین اور



دل اب ۲ مین تو سطح اس مین ۵×۳ یا ۱۵ مربع فیٹ ہین
اسواسطے مجسم آی مین ۱۵ مکعب فیٹ ہین اور کل سل آد مین ۳۰ مکعب فیٹ

۳۰ مکعب فیٹ ہوئی

دوسری مثال منشور مثلثی آ د طول مین ۱۶ انچہ ہی اور اوسکے ہر ایک قاعدہ کے اضلاع ۴ ۱/۴ و ۶ ۱/۴ و ۷ انچہ ہین اگر اب ۴ ۱/۴ ہے اور اس ۶ ۱/۴ اور ب س ۷ انچہ ہی تو رقبہ قاعدہ اب س کا ۱۳ ۱/۸ مربع انچ دریافت ہوگا



پس اسلئے جسم ا ی ب ۱۳ ۱/۸ مکعب انچ ہوگا اور کل منشور ۱۳ ۱/۸ انچہ مکعب × ۱۶
= ۲۱۰ ۳/۴ مکعب انچہ کی

یہہ ظاہر ہے کہ منشور مثلثی نصف منشور ذو اربعۃ الاضلاعی سے ہوتا ہے بشرطیکہ ارتفاع دونوں کا ایک ہو

تیسری مثال ایک برتن ۷ فیٹ لنبا اور ۸ ۱/۲ انچہ گہرا اور ۱۹ انچہ اوپر سے چوڑا اور ۱۱ ۳/۴ انچہ نیچے سے چوڑا ہے تو بتاؤ اوسمین کے گیلن پانی آویگا

یہان قاعدے منشور کے ذو زنقہ ہین اور رقبہ ہر ایک کا برابر ہے حاصلضرب نصف مجموعہ اضلاع متوازی عرض اور عمق کی یعنی ۱/۲ (۱۱ ۳/۴ + ۱۹) × ۸ ۱/۲ مربع انچ کی اور اوسکو طول ۸۴ انچہ مین ضرب دینے سے برتن کا ظرف معلوم ہوگا اور چونکہ ۲۷۷٫۲۷۴ مکعب انچہ ایک گیلن ہوتا ہے تو اوس حاصلضرب کو اس عدد پر تقسیم کرکے اوسکی تحویل گیلن کیطرف کرو تو تمام عمل کی یہہ صورت ہوگی

$$\frac{۱۲۳ \times ۱۷ \times ۸۴}{۱۶ \times ۲۷۷٫۲۷۴} = ۲۰٫۲۷۸۷$$ گیلن یہی جواب ہے

چوتھی مثال ایک سنگ مرمر کی سل ۲ فیٹ لنبی ۱۰ ۲/۳ انچہ چوڑی اور ۷ ۱/۲ انچہ دبیز ہی تو بتاؤ جو مکعب کی صورت کی سل اوسکے برابر ضخامت مین ہوگی اوسکا کنارہ کیا ہوگا اور سل کا کسقدر طول کم کرین کہ ایک مکعب فیٹ جسامت رہجاے اب جسامت ہی

۲۴ × ۱۰ ۲/۳ × ۷ ۱/۲ = ۴ × ۳۲ × ۱۵ یا ۱۹۲۰ مکعب انچہ ہے

اب اگر یہہ جسامت مکعب کی صورت مین ہو تو اوسکا ایک کنارہ جذر المکعب ۱۹۲۰ کا ہوگا اور اس جذر المکعب کو اسطرح اکثر لکہا کرتے ہین کہ $\sqrt[3]{۱۹۲۰}$ اور یہہ برابر ہے $\sqrt[3]{۶۴ \times ۳۰} = ۴ \times \sqrt[3]{۳۰} = ۴ \times ۳٫۱۰۷ = ۱۲٫۴۲۸$ یہہ جواب ہے

اور ۱۹۲۰ − ۱۷۲۸ = ۱۹۲ مکعب انچہ اسقدر کم ہوتا جاے تا کہ ایک مکعب فیٹ باقی رہے اور یہہ ۱۹۲

مکعب انچھہ دسوان حصہ کل جسامت کا ہی پس اسسے معلوم ہوا کہ طول مین دسوان حصہ کم ہو یعنی ۲۴ ÷ ۱۰ = ۲ ۲/۵ انچھہ

انتباہ اول کچھہ ضرور نہین ہے کہ ہم منشور کی سطح بیرونی کے رقبہ کے دریافت کرنیکے لئے نئی قاعدے بتلائین جو پہلے قاعدے لکھہ چکے ہین اونہین سے کام نکلتا ہے مثلاً مثال گذشتہ مین اگر سل کی سطح بیرونی کا رقبہ دریافت کرنا ہو تو دو قائم الزاویہ مین سے ایک کا رقبہ ۷ ۱/۲ × ۲۴ اور دو اور قائم الزاویہ مین سے ہر ایک کا رقبہ ۱۰ ۲/۳ × ۲۴ پس کل رقبہ چارون طرفون کا برابر ہوگا حاصلضرب مجموعہ اضلاع اور طول کے یعنی ۲۴ × ۳۶ ۱/۳ یا ۸۷۲ م انچھہ کے اب اگر اسپر رقبہ اوسکے قاعدون کا یعنی ۱۰ ۲/۳ × ۷ ۱/۲ × ۲ = ۱۶۰ کے زیادہ کرین تو ہمکو کل رقبہ سطح بیرونی سل کا = ۱۰۳۲ م انچھہ حاصل ہو جاویگا منشور کی سطح بیرونی اون سطوح مستقیمہ الاضلاع سے مرکب ہوتی ہین جنکی رقبے دریافت کرنیکے لئے قاعدے بیان ہو چکے ہین اون قاعدون سے اون سطحون کے رقبے دریافت کرین اور سب جمع کرین تو وہی نتیجہ ہوگا جو مجموعہ اضلاع قاعدہ منشور کو طول منشور مین ضرب دین اور حاصلضرب پر دونو قاعدون کا رقبہ زیادہ کرلین

انتباہ دوم جسطرح سے ایک متوازی الاضلاع غیر قائم الزاویہ اور متوازی الاضلاع قائم الزاویہ جو ایک قاعدہ پر واقع ہون اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو آپسمین مساحت مین برابر ہوتی ہین اسیطرح منشور قائم اور مائل جو ایک ہی قاعدہ پر واقع ہون اور ارتفاع اونکا ایک ہی ہو جسامت مین آپسمین برابر ہوتے ہین

مثالین مشق کی واسطے (۱۵)

(۱) ایک لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا اور ۱۳ انچھہ چوڑا اور ۹ انچھہ موٹا ہی اوسکی جسامت دریافت کرو جواب ۱۴ ۵/۸

(۲) ایک پتھر مکعب کی شکل کا ہی اور اوسکا ہر کنارہ ۳ ۱/۲ فیٹ ہی اوسکی جسامت بتاؤ جواب ۴۲ ۷/۸ ک فٹ

(۳) ایک کمرہ ۱۱ فٹ ۸ انچھہ طول مین اور ۱۰ فٹ ۵ انچھہ عرض مین اور ۹ فٹ ۳ انچھہ ارتفاع مین ہے تو بتاؤ اوسکے اندر کسقدر ہوا سمائیگی جواب ۱۱۱۲ ک فیٹ ۲۲۸ انچھہ

(۴) سال کے ایک سو بیس ۱۳ تختے ہین جنمین سے ہر ایک ۷ فیٹ لنبا اور ۵ انچھہ چوڑا اور ۵ انچھہ موٹا ہی تو بتاؤ اونکی جسامت کیا ہے جواب ۱۴۵ ۵/۱۲ ک فیٹ

(۵) آٹھہ دیودار کے تختے ہین جنمین سے ہر ایک ۹ فیٹ ۴ انچھہ طول مین اور ۱۱ ۱/۴ انچھہ عرض مین اور ۱۴ انچھہ

موٹائی مین ہے، اور ایک مکعب لکڑی کا وزن ۱۶ ۱/۲ سیر ہوتا ہے، تو بتاؤ اون سب تختون کا وزن کیا ہے
جواب ۶ من ۲۸ سیر ۲ چھٹانک

(۶) ۹ انچھ عرض کا تختہ ۱۴ فیٹ لنبا اور ۲ ۱/۲ انچھہ موٹا ہے تو بتاؤ کے مکعب فیٹ وہ ہے، اور ایسے ۱۲۰ تختون کا
وزن کیا ہوگا اگر ۴۶ مکعب فیٹ ایسی لکڑی کا وزن ۲۷ من ہو جواب ۱۹ من ۱۹ سیر کچھہ زاید

(۷) ایک منشور مثلثی سال کا ۱۳ ۱/۲ انچھہ لنبا ہے، اور اوسکی قاعدے مثلث قائم الزاویہ مین جسکا وتر ۹ ۱/۴ انچھہ
اور قاعدہ ۸ ۵/۸ انچھہ ہے اور وزن ایک مکعب فیٹ لکڑی کا ۲۸ سیر ۱۴ ۱/۲ چھٹانک ہے اوسکا وزن بتاؤ جواب ۲ سیر سے کچھہ زاید

(۸) ایک شیشہ کا ہر کالا ۱۲ فیٹ ۷ انچھہ ہے ۲ فیٹ ۵ انچھہ ہے اور ۳/۸ انچھہ دبیز ہے تو اوسکی جسامت بتلاؤ
اور اگر قیمت ۱/۸ ہے فی مکعب فیٹ ہے تو اوسکی قیمت کیا ہوگی جواب ۳۳۷ ۱/۸ کب انچھہ اور قیمت ۲۰ روپیہ ۱/۴

(۹) ایک سنگ خارا کی سل ہے اور اوسکا وزن ۶۶ سیر ۲ چھٹانک فی مکعب فیٹ ہے اور طول اوسکا ۸ ۳/۴ فیٹ
اور عرض اور موٹائی بنش بنش ۲ انچھہ ہے تو اوسکا وزن دریافت کرو جواب ۴۰ من ۷ سیر ۳ ۵/۱۸ چھٹانک

(۱۰) دو تختے ہین جنمین سے ہر ایک کا عرض ۴ ۱/۲ انچھہ ہے اونکی ایک طرف کے کنارون کو طول مین اوپر تلے ملالیا اور
دوسری طرف کے کنارون مین ۵ انچھہ کا فرق رکھا اور اسیطرح کا ایک قلابہ بناکر بنیہ مین لگا دیا اب
بتاؤ اوسکے ایک گز طول مین کسقدر پانی سماویگا جواب ۹۵،۶۳۳

(۱۱) ایک صندوق کے ہر طرف ایک مربع ۱۰م انچھہ ہے تو بتاوا وس صندوق کا ظرف کیا ہے جواب ۶۲۳،۱۱۳

(۱۲) ایک مکعب کی جسامت ۲۰،۷۹۶۸۷۵ کب انچھ ہے تو اوسکے کنارہ کا طول کیا ہوگا جواب ۳۳ انچھہ

(۱۳) ایک پتھر کا وزن ۱۸ من ۶ سیر ہے اور وہ ۵۳ انچھہ لنبا اور ۲۳ انچھہ عرض اور ۱۴ انچھہ عمیق ہے تو ایسے
پتھر مین سے ایک مکعب بناوین اور اوسکا وزن ۶۶ سیر کا ہو تو اوسکا ضلع کیا ہوگا جواب ۱۲ ۱/۲ انچھہ

(۱۴) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۳۱ سیر ۴ چھٹانک ہوتا ہے، تو بتاؤ جس مکعب ظرف مین ۱۲۰ من
پانی آوے تو اوسکا عمق کیا ہوگا جواب ۵۶۳،۵

(۱۵) ایک منشور کی سطح بیرونی اور جسامت دریافت کرو اور اوس منشور کی یہہ کیفیت ہے کہ ۵ ۱/۲ فٹ تو
لنبا ہے اور اوسکے پانچ پہلو ہین اور کنارہ اوسکی قاعدہ کے اسطرح ہین کہ اب ۲ ۱/۲ انچھہ اور ب س ۴ ۱/۲

اور س د ہ ۲ و د ی برابر ایک کے ہی اور س د برعمود ہی اور ی آ = س د اور ب ف عمود اس پر ا ۱/۲ انچہ ہے

جواب ۵۸۰۱۰ اک فیٹ اور رقبہ سطح بیرونی کا ۹۸۰،۹ م فیٹ ہے

(۱۶) ایک اینٹوں کا چبوترہ بنا ہوا ہے ۲۰ فیٹ لنبا اور ۱۶ فیٹ چوڑا اور ۱۱ فیٹ بلند اور قیمت اوسکی ۱۰۳۰ روپیہ ۷ آنہ پائی ہے اور ہر ایک اینٹ ۹ انچہ لنبی اور ۴ انچہ چوڑی اور ۲ ۱/۲ انچہ موٹی ہے اور وزن میں ۲ سیر ۴ چھٹانک کی ہے تو بتاؤ قیمت فی ہزار کیا ہے اور اوسکا وزن ایک مکعب فیٹ کا کیا ہے

جواب ۱۳ ۱/۲ ہزار اور ۵۵ سیر کچھہ زیادہ وزن

(۱۷) ایک نہر کا بنبہ ۸ فیٹ چوڑا اور ۵ ۱/۲ فیٹ گہرا کھودا گیا اور ساری مٹی کھدائی کی اوسکے کنارہ پر مینڈ کی طرح لگائی گئی تو وہ ۵۰۰۰ مکعب فیٹ ہوئی تو بتاؤ طول مٹی کا کیا ہوگا اگر حجامت مٹی کی ایک دسویں حصہ کے برابر زمین کے اندر کھودنے سے اور اوپر پڑنے سے بڑہ گئی ہو جواب ۱۲۵ فیٹ

(۱۸) ایک کتاب میں ۳۲۴ صفحے ہیں اور اوسکی ضخامت ۵/۸ انچہ ہے اور طول صفحہ کا ۸ ۱/۴ انچہ ہے اور عرض ۵ ۱/۴ انچہ اب اگر جلد کے پٹھے ۱/۸ انچہ تو کتاب کو زیادہ موٹا کردیں اور طول میں ۱/۴ انچہ بڑہادیں اور عرض میں بھی اسیقدر تو بتاؤ یہہ مجلد کتابیں کسقدر ۳ ۱/۲ فیٹ لنبی اور ۲ ۱/۲ فیٹ چوڑی اور اسیقدر گہرے صندوق میں سماوینگی اور کتنی ورق اس کتاب کے تمام صندوق کو اندر کیطرف منڈہنے کو چاہینگے اور پٹا بڑہاہی صندوق کا اوسمیں شامل کیا گیا ہے جواب ۹۲۴ کتابیں ہیں اور ۱۵۸ ورق کے قریب قریب

(۱۹) ۸ مزدوروں نے ۱۴ دن میں ایک بنیاد ۲۳ فیٹ چوڑی اور ۷۵ فیٹ لنبی اور کسیقدر گہری بنائی بحساب ۲ روپیہ فی گز مکعب کھدائی ٹہری مزدوری میں ۱۲۷ روپیہ ۱۲ آنہ ۵ ۱/۴ پائی خرچ ہوئے تو بتاؤ بنیاد کتنی گہری تھی اور اگر ہر ایک مزدور نے ایک گھنٹہ میں ایک گز کھدائی کی ہو تو بتاؤ ہر ایک مزدور نے کتنے گھنٹہ روز کام کیا ہوگا

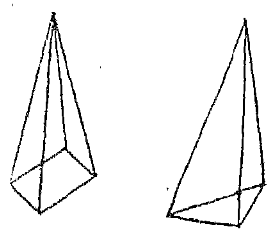
جواب ۱۱ ۱/۴ فیٹ گہری ۱۲۵ ۹،۱ کے قریب

(۲۰) ایک زمین ۲۴۷ فیٹ طول میں اور ۱۴۱ فیٹ عرض میں ہے زمیندار اوسکو ۱۹ انچہ اونچا کرنا چاہتا ہے سطح کو کہ اوسکی زمین کے اندر کناروں پر چاروں طرف ۱۹ فیٹ چوڑی خندق کھودی اور اوسکی مٹی اوسپر ڈالی تو بتاؤ خندق کی گہرائی کیا رکھیں جواب ۲ ۱/۲ فیٹ

(۲۱) ایک لوہے کی سڑک کی ۱۱۸۰ گز طول کی سلامی اوسکے اوپر ۲۴ فیٹ عرض کی اور نیچے سے ۱۰۰ فیٹ عرض کی اور بحساب اوسط ۹ افیٹ بلند کی گئی اور اس سڑک کے گرد سڑک پر مٹی ڈالنے کی لئی کہدائی ۱/۴ میل لمبی تہی اور ۷۰ فیٹ چوڑی اوپر سے اور ۲۸ فیٹ چوڑی تہہ پر سے اور بحساب اوسط ۲۳ فیٹ گہری کی گئی ہے تو بتاؤ مٹی کسقدر حجامت میں کہد کر سڑک کے اوپر پڑنے سے بڑہ گئی جواب ۹۵۸۵ فٹ مکعب

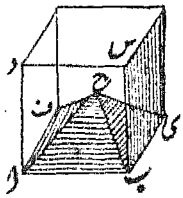
(۲۲) ایک سنگ مرمر کی سل کا وزن فی مکعب فٹ ۸۷ ۱/۲ سیر کے حساب سے ہے اور وہ ۵ فیٹ لمبی اور ۳ فیٹ چوڑی ہے اب ہم اوسکو اندر سے خالی کرکے ایک کہرل ۱۱۲۰ سیر وزن کی بناتے جسکی سب طرف کناروں کا دل ۱۷ انچہ ہے تو بتاؤ وہ کسقدر گہری ہے جواب ۰٫۹۱ فٹ

(۴) مخروط مضلع وہ جسم ہے کہ جسکا قاعدہ ایک سطح مستقیم الاضلاع مستوی ہو اور اوسکے سب پہلو کے اطراف ایک راس مشترک پر ختم ہوتے ہوں اب اگر قاعدہ مثلث ہے تو اس جسم کو مخروط مثلثی اور اگر مستطیل ہے تو مخروط مستطیلی اگر مربع ہے تو مخروط مربعی اور علی ہذا القیاس کہینگے اور اونمیں ایک مخروط قائم ہوتا ہے دوسرا مائل اوسکا بیان آگے آویگا



ایک مخروط کی حجامت دریافت کرو

قاعدہ



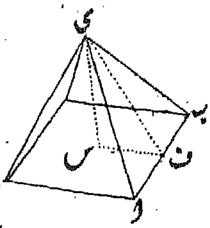
سطح قاعدہ کو ارتفاع عمود کی تہائی میں ضرب دو حاصل ضرب حجامت مخروط ہوگی

فرض کرو کہ ایک مکعب ہے اور د ب ا ایک اوسکے چہہ پہلوؤں کے مساوی مربع ہیں ہوا اور ج مکعب کا مرکز یعنی نقطہ تلاقی سطوں ہو تو ظاہر ہے کہ اگر اس نقطہ وسط ج اور الکیطرف کے کونوں ا د ب و ی وقت میں خطوط مستقیم ملائیں تو ایک مخروط مربعی بنجاویگا اور یہہ بھی ظاہر ہے کہ مکعب میں چہہ ایسے مخروط ممکن ہیں وہ سب ملکر مکعب کی صورت پیدا کرتے ہیں پس حجامت مخروط کی ایک سدس حجامت مکعب کا ہوگا اور حجامت مکعب کی حاصل ضرب قاعدہ ا ب ی ف اور ارتفاع ب س کا ہے پہلے حجامت مخروط کی حاصل ضرب ا ی قاعدہ اور ارتفاع ب س کے چھٹے حصہ یعنی ایک نصف تہائی ب س کا یا ایک تہائی ارتفاع مخروط کا ہے

علم ہندسہ میں جسطرح ثابت ہوا ہے کہ رقبہ کسی مثلث مستقیم الاضلاع کا حاصلضرب قاعدہ اور نصف ارتفاع عمودی کا ہوتا ہے اسیطرح یہہ بہی ثابت ہوا ہے کہ جسامت مخروط کی حاصلضرب سطح قاعدہ اور تہائی ارتفاع عمودی کا ہے، حقیقت میں مخروط کی جسامت ایک تہائی اوس منشور کی ہے جو اوسی قاعدہ پر اوسی ارتفاع کے ساتھ بنایا جاتا ہے،

پہلی مثال قاعدہ مخروط کے کنارے ۶ و ۸ و ۱۰ انچ ہیں اور ارتفاع ۵½ انچہ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی چونکہ قاعدے کے اضلاع میں نسبت ۳ و ۴ و ۵ کی ہے اسسے معلوم ہوتا ہے کہ قاعدہ مثلث قائم الزاویہ ہے اور اسلیئے رقبہ اوسکا ½ (۶ × ۸) یا ۲۴ مربع انچ ہے اور جسامت ۲۴ انچہ مربع × ⅓ کا ۵½ یا
۵½ × ⅓ کا ۲۴ = ۴۴ مکعب انچہ

دوسری مثال ایک مخروط مربعی قائم کا ارتفاع قائم اور ارتفاع مائل اور سطح بیرونی دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا رقبہ ۳۴۰ مربع انچ ہے اور جسامت اوسکی ایک مکعب فٹ ہے



فرض کرو کہ ا ب ج د قاعدہ مخروط = ۳۴۰ مربع انچ کے اور س ی ارتفاع قائم عمود قاعدہ ا ب ج د پر ہے اور ی ف ارتفاع مائل خط ا ب پر عمود ہے تو ارتفاع عمودی یوں دریافت ہوگا کہ ۳۴۰ × ⅓ س ی = ۱۷۲۸ اسواسطے س ی = ۱۵٫۲۴۷ انچہ اور ارتفاع مائل اسطرح سے معلوم ہوگا کہ √۳۴۰ = ۱۸٫۵ = ا د یا ا ب کے جسکا نصف = س ف اسسے معلوم ہوا کہ س ی تو ۱۵٫۲۴۷ ہے اور س ف = ۸٫۵ تو وتر ی ف جذر (س ی² + س ف²) کا ۱۷٫۸۱۷۷ ہے یہہ ارتفاع مائل ہے اور سطح بیرونی یوں معلوم ہوگی کہ چہند رقبہ مثلث ا ی ب کو رقبہ ا ب ج د پر زیادہ کرو تو رقبہ سطح بیرونی مخروط کا حاصل ہوگا چہند ا ب حاصل ضرب ی ف اور نصف مجموعہ اضلاع قاعدہ ا ب ج د کا ہے اسلیئے ہمکو یہہ حاصل ہوگا کہ ۱۷٫۸۱۷۷ × ۳۶٫۸۷۸ + ۳۴۰ = ۹۹۷٫۰۸ مربع انچ یہہ جواب سطح بیرونی کا ہوا

مثالیں مشق کی (۱۶)

(۱) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع ۲۷ فیٹ بلند ہے اور ہر یک ضلع قاعدہ کا ۵ فیٹ ۸ انچہ ہے جسامت اوسکی دریافت کرو جواب ۲۸۹ مکعب فیٹ

(۲) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۶ انچہ اور اوسکے قاعدہ کا ہر یک ضلع ۳ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی   جواب ۷۶۴ء ۷ مکعب انچہ

(۳) ایک مخروط مثلثی کا ارتفاع ۲۳۰ ہے اور قاعدہ کے ضلعے ۱۲۵ و ۱۹۵ و ۲۰۰ ہیں بتاؤ جسامت جواب ۷۰۰ ۸۹

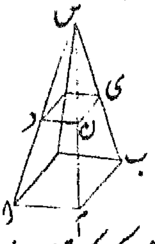
(۴) ایک مخروط مربعی کا ارتفاع عمودی ۴۸ فیٹ ہے اور قاعدہ کا کنارہ ۲۱ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کے مکعب گز اور اوسکی سطح بیرونی کے مربع گز ہے جواب ۱۵۲ $\frac{4}{9}$ مکعب گز اور ۵۵۲ مربع گز

(۵) ایک مخروط کا ارتفاع ۱۲ فیٹ ۶ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ایک ذو اربعۃ الاضلاع ا ب س د ہے اب ۴ فیٹ ۲ انچہ ہے اور ب س ۱۲ فیٹ ۶ انچہ اور س د ۲ فیٹ ۹ انچہ اور د ا ۵ فیٹ اور وتر ا س ۲ فیٹ ۷ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی   جواب ۲۲ مکعب فیٹ ۱۱۷ انچہ

(۶) ایک مخروط مستطیلی ۲ $\frac{1}{2}$ گز بلند ہے اور عرض قاعدہ کا ۳ گز ہے اور قطر قاعدہ کا ۵ $\frac{1}{4}$ گز تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے اور سطح بیرونی کیا جواب ۲۱ $\frac{7}{8}$ مکعب گز ۸۷۷ء ۴۶ م گز

(۷) قاعدہ ایک مخروط قائم کا ایک مثلث متساوی الاضلاع ہے جسکا ہر یک ضلع ۲۹ ہے اور ارتفاع اوسکا ۱۹ ہے تو بتاؤ اوسکے سطح بیرونی کیا ہے اور جسامت کیا جواب جسامت ۲۳۰۶ء۳۷ سطح ۱۲۶۷ء۳۳۲

(۸) اگر ایک مخروط میں سے ایک سطح مستوی متوازی قاعدہ کے کھینچکر ایک مخروط جدا کر لیں تو باقی حصہ جو مخروط کا رہیگا اوسکو مخروط ناقص کہتے ہیں مثلاً ا د ی ب مخروط ناقص مخروط س ب ا کا ہے



یہہ علم ہندسہ میں ثابت ہوا ہے کہ کل مخروط کے قاعدہ اب کے اضلاع میں وہی نسبت ہے جو چھوٹے مخروط کے قاعدہ متوازی د ی کے اضلاع میں نسبت ہے ا م کو ب م سے وہی نسبت ہے جو د ن کو ی ن سے اور علیٰ ہذا القیاس اب فرض کرو کہ ارتفاع مخروط ناقص د ب ا کا ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ ہے اور ب م ۷ انچہ ہے اور ی ن ۴ انچہ ہے اب ظاہر ہے کہ د ی کے اطراف جسقدر کم ہوتے جاوینگے اس راس کے متصل ہوتی جائینگی جب س پر نوبت پہونچیگی تو وہ اطراف بالکل صفر ہوجاوینگے پس اس بات پر اگر غور کریں تو ہم ارتفاع مخروط کامل کا اسطرح دریافت کرینگے کہ ۷ انچہ میں سے ۴ انچہ ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ کے ارتفاع پر کم ہوتے ہیں تو ۷ انچہ میں سے ۷ انچہ کم یعنی صفر کس ارتفاع پر ہوگا اب ۳ انچہ

کم ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ پر گہتے ہین تو ۱ انچہ کم ۳ $\frac{1}{2}$ انچہ پر ہوگا اور ۷ انچہ کم ۷×۳ $\frac{1}{2}$ یعنی ۲۴ $\frac{1}{2}$ پر کم ہوگا

پس اسّے معلوم ہوا کہ مخروط کامل کا ارتفاع ۲۴ $\frac{1}{2}$ ہے پس اب اسباب مخروط ناقص کی جسامت

دریافت کرنیکی حاصل ہوئی کہ کل مخروط کا قاعدہ اور ارتفاع معلوم ہے اور مخروط مقطوعہ کا بھی قاعدہ

اور ارتفاع معلوم ہے ان دونو مخروطوں کی جسامتوں کا فرق جسامت مخروط ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ قاعدہ اب ۴۹ مربع انچ ہے اور دی ۱۶ ہے

۴۹ × $\frac{1}{3}$ × ۲۴ $\frac{1}{2}$ = جسامت مخروط کامل کے

۱۶ × $\frac{1}{3}$ × ۱۴ = جسامت مخروط کے جو مخروط ناقص پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے

اسکا حاصلتفریق ۳۲۵ $\frac{1}{2}$ مکعب انچہ جسامت مخروط ناقص کی ہوئی

لیکن اکثر حساب جسامت مخروط ناقص کا اس قاعدہ سے ہوتا ہے

قاعدہ

دونو سروں کے رقبوں کو جمع کرو اور حاصل جمع پر اون رقبوں کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور ماحصل کو مخروط ناقص کے ارتفاع کے تہائی مین ضرب دو

طالب علم جو کچھ جبر مقابلہ سے واقف ہونگے وہ اس قاعدہ کی اصل اسطرح سمجھ سکتے ہین کہ فرض کرو کہ سطح بڑی سر کی ط ہے اور چھوٹے سر کی ص ہے بڑے سر کے ایک ضلع کو چھوٹے سر کے ایک ضلع کے ساتھ موافق اپنی نظیر کے ایسی نسبت ہوگی جیسی کہ ط کو ہے ص سے اور ارتفاع مخروط کامل کو بھی مخروط مقطوعہ کے ارتفاع سے اس سبب کہ وہ متشابہ مین ایسی ہی نسبت ہے اسواسطے اگر پہلے مخروط کے ارتفاع کو ع سے اور دوسرے ارتفاع کو ف سے تعبیر کرین تو ص : ط :: = ف × $\frac{ط}{ص}$ پس ع - ف ارتفاع مخروط ناقص کا ف × $\frac{ط - ص}{ص}$ اب جسامت مخروط کامل کی $\frac{1}{3}$ ف × $\frac{ط^{3}}{ص}$ اور مخروط مقطوعہ کی جو مخروط منقوصہ پر زیادہ ہوکر مخروط کامل بناتا ہے $\frac{1}{3}$ ف × ص^{2} اسواسطے حاصل تفریق ان دونو کا

$\frac{1}{3}$ ف × $\frac{ط^{3} - ص^{3}}{ص}$ = $\frac{1}{3}$ ف × $\frac{ط - ص}{ص}$ (ط^{2} + ص^{2} + ط ص) اور یہی قاعدہ ہے جو اوپر بیان ہوا

پہلی مثال ایک مربعی مخروط ناقص کا ۱۰ $\frac{1}{2}$ انچہ ارتفاع ہے اور کنارہ بڑے سر کا ۶ انچہ ہے اور چھوٹے کا ۴ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہے

(۴۹+۱۶+۲۸) × ۱/۳ × ۱۰ × ۱/۲ ۱ = ۱/۲ ۳۲۵ مکعب انچہ اور یہی پہلے جواب نکلا تھا

دوسری مثال ایک سنگ مرمر کا مخروط مثلثی ناقص ہے اور اوسکی ایک سر کے کنارے ۵ اور ۱۲ و ۹ انچہ ہیں اور بڑے سے بڑا کنارہ دوسرے سرے کا ۱۰ انچہ ہے اور ایک مکعب فٹ کا وزن ۸۴ سیر ہے اور اس مخروط کا وزن ۱/۲ ۲۸ سیر ہے تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے

اضلاع چھوٹے سرے کے بڑے سرے کے ضلعوں سے نسبت ۵ و ۱۲ و ۹ کی ہے ۱۰ و ۲۴ و ۱۸ ہیں اور ہر ایک سرا ایک مثلث قائم الزاویہ ہے اوسکے رقبے ۵۴ اور ۲۱۶ انچہ مربع ہیں اور جذر اوسکے حاصل ضرب کا ۱۰۸ مربع ہے اسواسطے انکے مجموعہ ۳۷۸ کو ۱/۳ ارتفاع کے انچوں میں ضرب دیجیے اور حاصل کو ۱۷۲۸ پر تقسیم کرنے سے جسامت فٹوں میں معلوم ہوگی اور ان مکعب فٹوں کو ۸۴ میں ضرب دیں تو وزن حاصل ہوگا یعنی

$$\frac{۳۸ \times ۸۴}{۱۷۲۸} \times \text{ارتفاع} = ۲۸\tfrac{۱}{۲} \text{ سیر اسکے واسطے ارتفاع } = \frac{۱۷۲۸ \times ۲۸\tfrac{۱}{۲}}{۳۸ \times ۸۴} = ۱۵\tfrac{۳}{۷} \text{ ہے}$$

یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۱۷)

(۱) ایک مخروط ناقص مستطیل کا ارتفاع ۱۴ فیٹ ہے اور اوسکے ایک سرے کا طول اور عرض ۳ فیٹ اور ۱/۲ ۲ فیٹ ہے اور دوسرے چھوٹے سرے کا ۱۸ انچہ اور ۱۶ انچہ جسامت اوسکی دریافت کرو
جواب ۱۷ مکعب فٹ ۲۸۸ مکعب انچ

(۲) ایک ناقص مخروط مربع کے ایک سرے کا ہر ایک ضلع ۱/۲ انچہ ہے اور دوسرے سرے کا ہر ایک ضلع ۳/۴ انچہ اور ارتفاع ۲ انچہ ہے جسامت اوسکی بتلاؤ جواب ۱۹/۲۴ مکعب انچ

(۳) ایک مخروط ناقص مثلثی ہے اور اوسکے دونو سرے مثلث متساوی الساقین ہیں اور ایک مثلث کے کنارے ۶ و ۶ و ۱۰ فیٹ ہیں اور دوسرے مثلث کی ضلعے اس پہلی مثلث کے ضلعوں سے سہ چند ہیں اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۲۰ فیٹ تو بتاؤ اوسکے جسامت کے مکعب گز ہے
جواب ۱/۳ ۲۲

(۴) ایک گاودم لکڑی کا ٹکڑا ۱۸ فیٹ لنبا ہے اور اوسکے دونو سرے متوازی الاضلاع

متشابہ کی شکل کے ہین اور اونکی سے بڑی ۳۲ انچ سے ۱۲۰ انچ ہے اور چھوٹی ۱۰ انچ سے ۶ ½ انچ اور وزن فی مکعب فیٹ ۱۹ اسیر ہے تو اوسکا وزن منون مین دریافت کرو

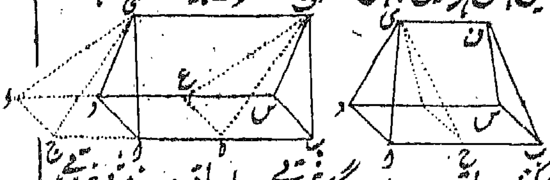
جواب ۷ من ۲۴ سیر کچھ زاید

(۵) ایک برتن کی شکل ایسی ہے جیسے مخروط ناقص مربعی ہوتا ہے تین فیٹ چوڑا اوپر سے اور ۲ فیٹ ۱۲ انچ چوڑا نیچے سے اور ایک فیٹ گہرا ہے اگر وہ آدھا بھرا جاوے تو کے گیلن پانی اوسمین آویگا اور اوسکے اندر کی سطح کیا ہوگی جواب ۲۰٫۹۷۵ گیلن اور ۱۵ $\frac{5}{9}$ فیٹ

(۶) ایک ناقص مخروط مثمنی ہے اور ۱۵ فیٹ بلند ہے اور بڑے قاعدہ کا ہریک ضلع ۴ فیٹ ۱۰ انچ ہے اور اوس قاعدے کے مرکز سے عمود کسی ضلع پر نکالا گیا ۸ فیٹ ۳ انچ ہے اگر ہریک ضلع چھوٹے قاعدہ کا ۲ فیٹ ۹ انچ ہو تو بتاؤ جسامت مخروط ناقص کی کیا ہوگی جواب ۱۷۴۴ مکعب فیٹ

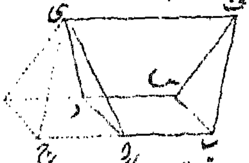
(۷) ایک مخروط ناقص کی جسامت ۴۲۷ ½ مکعب فیٹ ہے اور اوسکے سر مثلث متساوی الاضلاع ہین نیچے کے سر کا ضلع ۸ فیٹ ہے اور اوپر کے سرے کا ضلع ۶ فیٹ تو بتاؤ ارتفاع مخروط ناقص کا کیا ہے اور ارتفاع کو کسقدر بڑہا دین کہ مخروط کامل ہوجاوے جواب ۲۰ فیٹ اور ۴ فیٹ زیادہ

(۸) فانہ ایک جسم ہوتا ہے اوسکی شکل ایسی ہوتی ہے جیسے کہ چھینی یا منیخ یا فانہ لکڑی چیرتے وقت دیکھا ہوگا اوسکا ایک قاعدہ چوگوشہ اور اکثر



مستطیل اور بعض اوقات کوئی اور چار ضلعے کی شکل ہوتا ہے اور دو رخ اوسکے ایک کنارہ پر ملتے ہین وہ بھی چوگوشے ہوتے ہین اور باقی دو رخ مثلث ہوتے ہین اور اونکی راس کنارے کے انجاموں پر ہوتے ہین ہریک جسم ا ف د ب فانہ کی شکل ہے اوسمین د ب قاعدہ ہے اور ی ف کنارہ ہے جب کنارہ اور قاعدے کے طول آپسمین برابر ہون تو یہہ جسم ایک منشور مثلثی کی شکل کا ہوگا اور مخروطون کی اکائی اور ف ی ع کے مساوات سے ظاہر ہے کہ منشور ناقص ح ف ک [illegible] منشور قائم ا ف د ب کی جسامت منشور ناقص کے برابر ہوئی حاصل ضرب رقبہ ا د ی اور طول ا ب کے یا برابر ہے غرض کہ ح ½ ارتفاع قائم منشور ہو طول ح ہ کے

فرض کرو کہ قاعدہ کا طول اب دوسرے شکل مین بڑا کنارہ ی ف سے بڑا ہو تو مجسم دو جسمون مین تقسیم ہوسکتا ہے ایک منشور مثلثی ف ح س اور ایک مخروط مستطیلی ی د ح مین اب اگر معلوم ہو کہ اب ۱۶ ہے اور ب س ۲ ۱/۴ ہی اور ی ف ۱۰ ۱/۲ ہی اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور کی ۱/۲ (۷ × ۲ ۱/۴) × ۱۰ ۱/۲ اور جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) اور مجموعہ انکا یعنی جسامت



جسم کی ۱۱۱٫۵۶۲۵ ہے اب پھر فرض کرو کہ اب کم ہے ی ف سے تو ح ی کو برابر ی ف کے بناوین تو جسامت جسم کی حاصل تفریق جسامت منشور مثلثی ف ح س اور مخروط مستطیلی ی د ح کا ہوگا پس اگر اب ۱۰ ۱/۲ ہے اور ب س ۲ ۱/۴ ہے اور ی ف ۱۶ ہی اور ارتفاع ۷ ہے تو جسامت منشور ۱/۲ (۷ × ۲ ۱/۴) × ۱۶ منفی جسامت مخروط ۱/۳ (۵ ۱/۲ × ۲ ۱/۴ × ۷) سے جسامت فانہ کی حاصل ہوگی لیکن اس فانہ کی جسامت اس قاعدہ سے نہایت آسانی سے دریافت ہوتی ہے کہ کنارہ کے طول کے ساتھ قاعدہ کے دو چند طول کو جمع کرین اور حاصل کو تین پر تقسیم کرکے اوسط طول نکالین اور پھر اس اوسط طول کو عرض اور ارتفاع کے نصف حاصل ضرب مین ضرب دین

اگر ارتفاع کو ف سے اور کنارہ کے طول کو ط سے اور قاعدہ کے طول کو ل سے اور قاعدہ کے عرض کو ع سے تعبیر کرین اور قاعدہ بڑا کنارہ سے ہو تو بموجب اوس بیان کے کہ ہمنے اول بیان کیا ہے یہہ حاصل ہوگا کہ جسامت منشور کی ۱/۲ (ف × ع) × ط اور مخروط کی جسامت ۱/۳ (ل − ط) × ع × ف اور مجموعہ انکا = ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ف

یہی قاعدہ ہے

اور جب کنارہ قاعدہ سے بڑا ہو تو منشور مائل کی جسامت یہہ ہے ۱/۲ (ف × ع) × ط اور اوس مخروط کے جو زیادہ کیا جاویگا ۱/۳ (ط − ل) × ع ف اب پہلے مین سے دوسرے کو تفریق کرو تو وہی حاصل ہوگا جو پہلے حاصل ہوا تہا یعنی ۱/۳ (ط + ۲ ل) × ۱/۲ ع ف

مثال ایک فانہ کا ارتفاع ۷ انچ ہی اور طول اوسکی پشت یا قاعدہ کا ۱۶ انچ ہے [illegible] قاعدہ کا ۲ ۱/۴ انچ ہے اور طول کنارہ کا ۱۰ ۱/۲ انچ جسامت دریافت کرو ۱/۳ (۱۰ ۱/۲ + ۳۲) [illegible] = ۱۱۱٫[illegible] مکعب انچ ہے

مثالین مشق کی واسطی (۱۸)

(۱) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۲۱ انچہ لنبا اور ۱۱ انچہ چوڑا ہے اور کنارہ ۱۱۶ انچہ ہے اور ارتفاع ۱۶ ۱/۴ انچہ تو بتاؤ اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ایک مکعب فیٹ کے قریب

(۲) ایک مجسم فانہ کا قاعدہ ۱ ۱/۲ فیٹ سے ۷ انچہ ہے اور کنارہ ۳ فیٹ ۹ انچہ اور بلندی ۱۰ انچہ تو بتاؤ اسکی جسامت کیا ہے جواب ۹۴۵

(۳) قاعدہ ایک فانہ کا ۳۶ء۰۱ سے ۷۵ء۲ ہے اور کنارہ اوسکا ۲۵ء۵ ہے اور ارتفاع ۴ ۱/۲ اوسکی جسامت دریافت کرو جواب ۶۷۷ء۵۴

(۴) ارتفاع ایک فانہ کا ۳۳ء۱ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ۲/۱۱ فیٹ سے ۱ ۱/۴ انچہ ہے اور اوسکا کنارہ ۱/۲ فٹ ہے تو اوسکی جسامت مکعب انچون مین کیا ہے جواب ۶۷۷ء۵۴

(۵) ایک فانہ کا قاعدہ ذوزنقہ ہے جسکی متوازی اضلاع ۳۴ و ۲۴ ہین اور عرض ۱۴ ہین اور ارتفاع اس جسم کا ۱۵ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۷ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہے جواب ۲۶۲۵

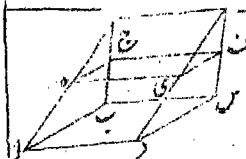
(۶) لوہے کی سڑک کی کہدائی ہو رہی ہے اور اوسکی کہدائی کی صورت ایسی ہے جیسی ہنی کی شکل ہوتی ہے ایک طرف اوسکی مستطیل ۱۵۶ فیٹ لنبا اور ۵۰ فیٹ چوڑا ہے اور وہ عمود ہے قاعدہ ذوزنقہ پر جسکا بڑا ضلع متوازی ۱۰۴ ہے اور عرض اوسکا یا عمق ۱۸ فیٹ ہے تو کہدائی کی مقدار مکعب گزون مین بتلاؤ جواب ۱۲۷۱۶

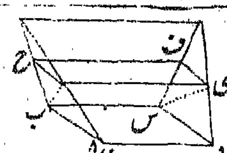
(۷) جسامت ایک فانہ کی ۲۳۸ مکعب انچہ ہے اور اوسکا کنارہ ۱۳ انچہ اور قاعدہ اوسکا ۱۹ انچہ سے ۳ ۱/۲ انچہ ہے اوسکا ارتفاع دریافت کرو جواب ۸ انچہ

(۸) ایک فانہ کے ہر ایک مثلثی سرے کا ارتفاع مائل ۴ فیٹ ۹ انچہ ہے اور قاعدہ ۱ فیٹ ۱۰ انچہ سے ۳ فیٹ ۴ انچہ ہے اور کنارہ ۶ ۱/۴ فیٹ ہے تو بتاؤ اوسمین کے مکعب فٹ ہین جواب ۶۴ ۱/۴

(۹) فانہ مین سے ایک چھوٹا فانہ قاعدہ کے سطح متوازی سے جدا کیا جاوے تو جو مجسم بعد اوس جدا کرنے کے باقی رہیگا اوسکو فانہ ناقص کہتے ہین

نیچے کی شکلوں میں دیکھو تو اوسکی صورت
سمجھ میں آوینگی کہ وہ ہ د ب ف کی شکل کا





ہوتا ہی یہہ جسم ظاہر ہی کہ دو قانون سے مرکب ہے دوسری شکل میں اوسکی توضیح موجود ہی ایک کی پشت یا قاعدہ ب د ہی اور کنارہ دی ہے اور دوسرے کا قاعدہ ی ح ہی یا اور کنارہ ب س ہے دونو جسموں کی جسامت کا مجموعہ جسامت فانہ ناقص کی ہوگی

فرض کرو کہ دوسری شکل میں آد ۶ ہی اور آب ۵ ہی اور دی ۷½ ہی اور سح ۳½ ہے اور ارتفاع ہر جسم کا ۴½ ہے تو جسامت دونو جسموں کی یہہ ہوگی

ہ د ب ی کی ½ (۷½ + ۱۲) × ½ (۵ × ۴½) = ۷۳ ⅛

ہ س ح ی کی ½ (۶ + ۱۵) × ½ (۳½ + ۴½) = ۵۵ ⅛

اسواسطے جسامت فانہ ناقص = ۱۲۸ ¼

لیکن فانہ ناقص کی پیمایش آسانی سے اس قاعدہ سے دریافت ہوتی ہے کہ

قاعدہ

دونو متوازی سروں کے رقبوں کے مجموعہ پر جو چندر رقبہ فصل متوسط کا جو متوازی ان سروں کا ہو زیادہ کرو اور حاصل جمع کو ارتفاع کے ایک چھٹے حصہ میں ضرب دو اور اس بات کو بھی خوب خیال میں رکھو کہ متوازی سروں کے طولوں کا نصف مجموعہ تو طول فصل متوسط کا ہی اور اونکے عرضوں کا نصف مجموعہ عرض فصل متوسط کا ہے

یہہ قاعدہ جبر مقابلہ کے طور پر اسطرح سے ثابت ہو سکتا ہے کہ دوسری شکل میں فرض کرو کہ آد = م اور دی = ع اور ہ ح = ق اور ارتفاع کا نام ف رکھو تو چوچند رقبہ فصل متوسط کا (م+ع) (ن+ق) یعنی (م+ع) × ن + (م+ع) × ق اسکا نام ۴ ار رکھو تو اب جسامت فانہ د ب ی کی

⅙ (۲م + ع) × ½ ن ف یا ہ د ب ی = (م+ع) × ن + م ن) × ⅙ ف

علیٰ ہذا القیاس ہ س ح ی = (م+ع) (ن+ع) ق × ⅙ ف

اور حاصل جمع انکا (۴ا + ۴م ن + ع ق) × ۱/۶ ف اسکو حجلہ جسامت خانہ ناقص کا کہتے ہین

پہلی مثال ایک خانہ ناقص کے قاعدہ ماتحت کا طول اور عرض ۶ اور ۵ ہے اور قاعدہ بالا کا طول اور عرض ۲½ اور ۳½ ہین اور ارتفاع ۴½ ہے جسامت کا دریافت کرنا مطلوب ہے،

طول اور عرض فصل متوسط کے ½ (۶ + ۲½) اور ½ (۵ + ۳½) ہین جو چندر قبہ اس فصل متوسط کا ۱۲¼ × ۸½ = ۱۱۴ ۳/۱۶ پس ثابت ہے معلوم ہوا کہ (۳۰ + ۲۶¼ + ۱۱۴ ۳/۱۶) × ۱/۶ × ۴½ = ۱۲۸ ۱/۳۲ اور یہی جواب پہلی مثال کا ہے

دوسری مثال ریل کا پشتہ ۸۲۵ فیٹ لنبا ہے اور سب جگہہ اوپر ۳۲ فیٹ چوڑا ہے

ایک کنارہ ۸ فیٹ بلند ہے اور دوسرا کنارہ بتدریج بلند ہوتا ہوا ۱۹ فیٹ ہوا اور ان کنارون کے پاس عرض ایک طرف ۶۴ فیٹ اور دوسری طرف ۱۰۸ فیٹ ہے تو بتاؤ اوس پشتہ مین کے مکعب گز ہین اب یہان کنارون پر قاعدے ذو زنقہ ہین جنمین ہر ایک کے متوازی ضلعے ۱۰۸ اور ۳۲ ہین اور اونکا عمودی فاصلہ ۱۹ ہے اور دوسرے کے متوازی ضلعے ۶۴ اور ۳۲ ہین اور اونکا فاصلہ عمودی ۸ ہے اسواسطے فصل متوسط کے متوازی اضلاع ۸۶ اور ۳۲ ہونگے اور عمود ۱۳½

½ (۱۰۸ + ۳۲) × ۱۹ = ۱۳۳۰ فیٹ کے یہہ رقبہ اونچے سرے کا ہے

½ (۶۴ + ۳۲) × ۸ = ۳۸۴ نیچے کے سرے کا

½ (۸۶ + ۳۲) × ۲۷ = ۳۱۸۶/۴ فصل متوسط کا جو چندر قبہ

۱/۶ (۴۹۰۰ × ۸۲۵) مکعب فیٹ = ۲۴۹۵۴ مکعب گز کے اور یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے ۱۹

(۱) ایک برتن خانہ ناقص کی شکل کا ہے اسکو اوپر طول اور عرض ۱۵ اور ۱۱ انچ ہے اور نیچے تہ پر ۱۰ اور ۸ اور ۱۹ انچ گہرا ہے تو اوسکا ظرف بتلاؤ کہ کیا ہے جواب ۱۰۸۰ مکعب انچ

(۲) ایک خانہ ناقص کا نیچے کا سرا ایک مستطیل ہے اور ۴ انچ عرض اور ۲۵ انچ طول ہے اور اوپر کا سرا ایک مربع ہے اور اوسکا ہر ایک ضلع ۳۳ انچ ہے اور ارتفاع ۱۵ فیٹ ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۲۱۵ ۱۱۱ مکعب فیٹ

(۳) ۱۵ فیٹ بلند ایک چبوترہ ایک ہموار مستطیل زمین پر کہ ۱۰۰ گز طول مین اور ۵۰ گز عرض مین ہے بنانا منظور ہے تو اوسکے چارون طرف یکسان ڈھلوان ایسی رکھنی منظور ہے کہ اوپر جا کر ۱۸۲½ گز عرض اور ۳۱½ طول رہ جاوے

تو بتاؤ ایسے چبوترہ بنانے مین کتنی مکعب گز مٹی چاہیے جواب ۳۳۳۱۸۶ گز

(۴) ایک غار ۵۸ فیٹ لنبا ہے اور سب جگہہ برابر عرض ۵۰ فیٹ کا ہے پر ۹ فیٹ گہرا ایک سرے پر ہے اور بتدریج بڑہتے بڑہتے دوسرے سرے پر ۲۰ فیٹ ہو گیا ہے اور ایک سرے پر اوپر کے طرف چوڑان ۱۰۴ فیٹ اور دوسرے سرے پر ۱۱۰ فیٹ ہے تو بتاؤ کے مکعب گز کہدائی ہے جواب $۴۷۴۱۲\frac{۴}{۹}$

(۵) ایک غار فانہ ناقص کی شکل کا کہودا جاتا ہے $۱۱\frac{۱}{۲}$ فیٹ گہرا اور اوپر کا سرا ۷۲ فیٹ مربع ہے نیچے کی تہ اوسکی مستطیل ۶۳ فیٹ سے ۵۲ فیٹ ہے اور اس غار مین سے مٹی نکالکر ایک پشتہ فانہ کی شکل کا بناتے ہین ایکطرف اوسکی مستطیل افقی ہے ۱۷۲ فیٹ طول مین اور ۳۶ فیٹ عرض مین ہے اور قاعدہ اوسکا ذوزنقہ ہے جسکے متوازی خطوط ۱۳۶ اور ۶۸ فیٹ ہین اور ۸ فیٹ کا عمودی فاصلہ ہے تو بتاؤ اس کہدائی سے کیا فیصدی مٹی کی جسامت بڑہتی ہے جواب ۶۰۰۷

(۱۰) پہلے ہم فصل پنجم دفعہ ۵ مین ذکر کر آئے ہین کہ سطوح متشابہ مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مربعون مین ہے سو ایسے ہی مجسمات متشابہ مین وہ نسبت ہوتی ہے جو اونکے اضلاع نظیرہ کے مکعبون مین ہے مثلا دو کندی لکڑی کے متشابہ ہون ایک ۷ انچہ لنبا اور ۵ انچہ چوڑا اور ۴ انچہ موٹا اور دوسرا کندہ ۲۱ انچ طول مین اور ۱۵ انچہ عرض مین ۱۲ انچہ موٹائی مین تو سطح سے بڑی کندی کا ہر بعد سہ چند چہوٹی کندی کے ہر یک بعد سے ہے تو پہلے کی جسامت کو دوسرے کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو $۱^۳$ کو ہے $۳^۳$ سے یعنی جو ۱ کو ہے ۲۷ سے اور یہہ امر ظاہر بہی ہے کہ جسامت چہوٹے کی ۷×۵×۴ اور جسامت بڑے کی ۲۱×۱۵×۱۲ اور یہ دوسرا ۳×۳×۳ گنا پہلے سے ہے حاصل اس تمثیل سے یہہ ہے کہ جسمون کی اگر جسامت نکالین تو اون سے صاف ظاہر ہو جاویگا کہ اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ اضلاع کے مکعبون مین نسبت ہے

اور علی ہذا القیاس اگر دو متشابہ مخروط ہون جنکے قاعدے مثلث ہون اور ایک کے قاعدہ کے اضلاع ۲۵ و ۳۹ و ۴۰ ہون اور دوسرے مثلث کے اضلاع ۱۲۵ و ۱۹۵ و ۲۰۰ ہون اور ارتفاع پہلے مخروط کا ۱۷ اور دوسرے کا ۸۵ ہو تو چونکہ دوسرے مخروط مین ضلع پچگنا دوسرے مخروط کے ہر ایک ضلع نظیرہ سے ہے تو چہوٹے مخروط کی جسامت کو بڑی مخروط کی جسامت سے وہ نسبت ہوگی جو $۱^۳$ کو $۵^۳$ سے یعنے جو ۱ کو نسبت ہے ۱۲۵ سے واسطے

کہ قاعدون مین وہ نسبت ہی جو اوسکے ضلعون کے مربعون مین یعنی ۲ کو نسبت ہی ۵ سے تو جسامتون مین یعنی قاعدہ اور تہائی ارتفاع کے حاصلضربون مین وہ نسبت ہی جو ۲ کو ۵ سے اب ثبوت اسکا ظاہر ہے کہ قاعدے ۴۶۸ اور ۱۱۷۰۰ مین جنمین نسبت وہ ہی جو ۱ کو ہے ۲۵ سے اور جسامتین ۱۵۶×۱۱۷ اور ۳۵۰۰×۸۵ ہے جنمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ہے ۱۲۵ سے

پہلی مثال دو متشابہ مخروط ہین جنکی جسامت ۱۶۲ اور ۳۸۴ مکعب انچہ ہی اگر چھوٹے مخروط کا ارتفاع ۴½ ہو تو بڑے مخروط کا کیا ارتفاع ہوگا ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو ۴½ کے مکعب کو ہی مکعب ارتفاع مطلوب سے اور ۱۶۲ کو ۳۸۴ سے وہ نسبت ہی جو (۴½)³ کو ہی (۴½)³ × ۶۴ ÷ ۲۷ یہہ مکعب ارتفاع مطلوب کا ہی اب جزر الکعب اسکا لیا تو یہہ جملہ حاصل ہوا کہ ۴½ × ۴ ÷ ۳ = ۶ انچہ یہہ ارتفاع مخروط کلان کا ہے

دوسری مثال دو منشور متشابہ ہین اونمین سے ایک کے قاعدہ کا مجموعہ اضلاع ۱۰۰ ہے اور دوسرے کا مجموعہ اضلاع ۱۲۶ ہے اونکی جسامتون کی نسبت دریافت کرو

جسامتون مین وہ نسبت ہی جو ۱۰۰ کے مکعب کو ہی ۱۲۶ کے مکعب سے یا جیسے نسبت ۵۰³ کو ہی ۶۳³ سے ہی یا ایسے نسبت تقریباً جیسے کہ ۱ کو ہے ۲ سے

تیسری مثال ایک مخروط ناقص ۱۰½ انچہ بلند اور قاعدہ ماتحت ۷ انچہ مربع ہے اور قاعدہ مافوق ۴ انچہ مربع ہے اور ایک سطح متوازی قاعدون کے اوسکی دو برابر حصے کرتی ہی تو بتاؤ ہر یک حصہ کا کیا ارتفاع ہے دفعہ ۷ کو دیکھو دفعہ ۷ کی شکل کے دیکھنے سے معلوم ہوتا ہے کہ ۱۴ انچہ ارتفاع مخروط ناقص پر زیادہ کیے جاوین تو مخروط کامل بنتا ہی اب جسامت مخروط ناقص کی ۳۲۵½ مکعب انچہ ہے تو اوسکا ہر یک نصف ۱۶۲¾ ہوگا اور اوپر کے نصف کو مخروط مقطوعہ کے ساتھ جو جسامت مین ۷۴⅔ انچہ مکعب ہے زیادہ کیا تو ۲۳۷ ۵/۱۲ حاصل ہوئے اور یہہ جسامت اوس مخروط کی ہے جسکا قاعدہ وہ سطح ہی کہ مخروط ناقص کو دو برابر حصون مین تقسیم کرتی ہے اور جسکا ارتفاع کل مخروط کے ارتفاع کی استعانت سے اسطرح دریافت ہوسکتا ہے کہ ⅙ (۹×۴۹×۲۴½) کو ۲۳۷ ۵/۱۲ سے وہ نسبت ہی جو مکعب ۲۴½ کو ہے مکعب ارتفاع مخروط سے جو نصف مخروط ناقص اور مخروط مقطوعہ سے بنا ہے اب جسامتین مین وہ نسبت ہی جو ۹×۴۹×۹۸ کو

۳۰۳۵ کو ۲۴ ½ جو نسبت ہی وہ ۳۰۳۵ سے کو ۲۰۳ ½ سے پس نسبت ۷ کو ہی ۲۰۳ ½ یا ۷ ہے ۲۸۴۹
۳۴ ½ = ۲۰۵۸۶ یہہ ارتفاع مخروط درمیانی کا ہی اب ۱۴ میں سے تفریق کئے تو باقی ۱۴۵۸۶ انچہ ہے
یہہ اوپر کے نصف حصہ مخروط ناقص کا ارتفاع ہی پس باقی ۱۳۹۱۳ انچہ نیچے کے نصف حصہ کا ہی

چوتھی مثال تین برتن قائم الزاویہ متشابہ ہین اور ۳ و ۳ ½ و ۴ فیٹ گہرے ہین اور بڑا برتن کا ظرف ۲۳ ¼ مکعب فیٹ زیادہ باقی دو برتنون کے نصف مجموعہ ظرف ہی تو سب سے چہوٹے برتن کا ظرف دریافت کرو
عمقون مین نسبت ۶ و ۷ و ۸ کی ہی اسواسطے برتنون کے ظرفون مین نسبت ۲۱۶ و ۳۴۳ و ۵۱۲ کی ہی
اور بڑے برتن کے ظرف کو باقی دو برتنون کے نصف ظرف سے وہ نسبت ہی جو ۵۱۲ کو ہی ۲۷۹ ½ سے
یا ۱۰۲۴ کو ہے ۵۵۹ سے یعنی ظرف بڑے برتن کا باقی دو برتنون کے نصف ظرف سے بقدر $\frac{۴۶۵}{۱۰۲۴}$
حصے ظرف کلان کے زیادہ ہے اور یہہ مقدار ۲۳ ¼ مکعب فیٹ ہی پس معلوم ہوا کہ ۴۶۵ : ۱۰۲۴ : :
۲۳ ¼ مکعب فیٹ : ۵۱ ⅕ مکعب فیٹ یہہ بڑے برتن کا ظرف ہی اور ۵۱۲ : ۲۱۶ : : ۵۱ ⅕ مکعب فیٹ : ۲۱ $\frac{۳}{۵}$
مکعب فیٹ یہہ سب سے چہوٹے برتن کا ظرف ہے

پانچوین مثال اگر ایک فانہ آہنی کا وزن ۱۱ $\frac{۳}{۴}$ سیر ہو اور اوسکی صیقل کرائی ۶ ۸ پائی ہو تو اوسکے متشابہ فانہ کی جسکا وزن ۱۴ سیر ہے کیا صیقل کرائی ہوگی
جن اجسام کی کثافت یکسان ہو تو اونمین وہی نسبت ہوتی ہی جو اونکے وزن مین اسلئے فانہا مذکور کی جسامت مین نسبت ۸۰ اور ۹۸ یا ۴۰ و ۴۹ کی ہوگی پس یہان سے معلوم ہوا کہ اونکے ارتفاعون مین وہ نسبت ہوگی جو جذر الکعب ۴۰ و ۴۹ مین نسبت ہی یعنی جو ۱ کو نسبت ہی ۱۴ ۲ یا ۱ کو ہے ۱۰۷ سے اور اونکے سطحون مین وہ نسبت ہے جو اونکے ارتفاع کے مربعون مین اسلئے اونمین نسبت ایسی ہے جیسی کہ ۱ کو ہے ۱۴۵ ۱ سے
پس اسلئے صیقل کرائی ۶ ۸ پائی × ۱۴۵ ۱ = ۷ ۶ ½ پائی کے ہوئی

مثالین مشق کی واسطے (۲۰)

(۱) ایک منشور مستطیلی کا عرض ۱۵ ہے تو اوسکے دوچند منشور کا کیا عرض ہوگا جواب ۱۸۹
(۲) ایک سنگ مرمر کی سل ہی اور اوسکا ایک وتر ۱۱ فٹ ۸ انچہ ہے اور اوسکے متشابہ دوسری سل ہے

اور اوسکا وتر متناظر ۲ فیٹ ہی تو بتاؤ دوسری سل کا وزن کتنی گنا پہلی سل سے ہوگا

جواب ۵۹۳۵۹ء۵ گنا

(۳) ایک منشور کا کنارہ ۵ انچہ ہے اور حجامت منشور کی ۵۲ مکعب انچہ ہی تو اوسکے مشابہ منشور کی حجامت ۲۷ مکعب انچہ ہی تو اس منشور کا کنارہ جو پہلے منشور کے کنارہ کے متماثل ہوگیا ہوگا جواب ۱۸۷ء۴ انچہ

(۴) دو مخروط متشابہ ہین اور اونمین نسبت ۱۱ و ۱۱۱ کی ہی اور ایک کا قاعدہ ۷ ½ انچہ ہے تو دوسرے کا قاعدہ کیا ہوگا جواب ۱۶ء۲۰۷ مربع

(۵) ایک خانہ ناقص کا قاعدہ ۳۲ فیٹ مربع ہے اور حجامت اوسکی ۱۵ مکعب فیٹ ہے اور ایک خانہ ناقص اوسکا مشابہ ہے اور قاعدہ اوسکا ۴۶ م فیٹ ہے اوسکی حجامت دریافت کرو

جواب ۸ء۸۹۸۶۷ مکعب فیٹ

(۶) ایک شہتیر ۴ گز لنبا اور ایک گز چوڑا ہے اور وزن اوسکا ۱۰۵۰ امن ہے اور ایک ورشہتیر اسی لکڑی کا اوسکا متشابہ ہے اور ۱ ½ فیٹ چوڑا اور ۲ فیٹ موٹا ہے تو اوسکا کیا وزن ہوگا جواب ½ ۶۰۷

(۷) ایک مخروط ۱۴ فیٹ ارتفاع کا ہے اوسکو ایک سطح متوازی قاعدہ کے دو برابر حصون مین قطع کرتی ہے تو بتاؤ اوپر کے حصہ مخروطی کا ارتفاع کیا ہوگا جواب ۱۱ء۱۱ فیٹ

(۸) دو کندے لکڑی کے متشابہ ہین اور اونکی قیمت کا حساب بمکعب فیٹ سے کیا گیا ہے ایک کی قیمت ۲۲ء۶ بائی اور ایک کندہ کی رنگوائی مین ۳ر۳ بائی اور دوسرے کی رنگوائی مین ۴ر ½ ۱ بائی صرف ہوئی ہین اور رنگوائی فی گز مربع کے حساب سے دونو تختو نمین یکسان ہے تو دوسرے تختے کی قیمت کیا ہوگی جواب ۱۱ ا آنہ ۱۰ پائی

(۹) ایک چوکہ سنگ خارا کا سہ چند وزن مین ایک کوئلہ کے پتھر کے چوکہ سے ہی اور یہہ کوئلہ کے پتھر کا چوکہ ۱۷ انچہ لنبا اور ۱۳ انچہ چوڑا اور ۷ انچہ موٹا اور وزن اوسکا فی مکعب فیٹ ۵۰ ا سیر ہے اور سنگ خارا کا ۲۱۰ سیر ہے تو بتاؤ سنگ خارا کے چوکہ کا کیا طول وعرض ہے

جواب ۲۱۶۹۲ و ۱۶۶۷۶ و ۹ء۰۲ ا انچہ

(۱۰) ایک حوض مینہہ کے پانی سے بھرا ہوا ہے اور ۱۲ ½ فیٹ طول مین اور ۹ ½ عرض مین اور ۵

عمق مین اور اس بارش کے پانی کا وزن ۳۱ ۱/۴ سیر فی مکعب فیٹ ہو تو بتاؤ کتنا لنبا چوڑا گہرا حوض ویسی طرح کا بناوین کہ اوسمین سمندر کا پانی اوتنا ہی وزن مین سماوے جتنا پہلے حوض مین پانی وزن مین تہا اور سمندر کے ۳۵ مکعب فیٹ پانی کا وزن ۲۸ من ہے، جواب ۱۲٫۴۰۱۴ و ۲۵٫۴۴۴۹ و ۶۰۶۹۹٫۴ فٹ

(۱۱) ایک لکڑی کی ایسی شکل ہے جیسی مخروط مربعی ناقص کی ہوتی ہے اور وہ ۳۳ انچہ لنبا ہی اور نیچے کے قاعدہ کلان کا ہر یک ضلع ۳۰ ۱/۲ انچہ ہے اور اوپر کے قاعدہ خورد کا ہر یک ضلع ۱۲ ۱/۲ انچہ ہے تو پہلی طرف سے کتنا طول مین قطع کرین کہ ایک فٹ مکعب جسم لکڑی کا ہو جواب ۲٫۹۶۷۸

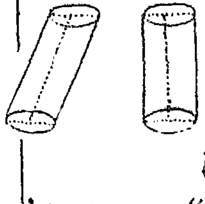
(۱۲) ایک مخروط ناقص کے قاعدے مثلث متساوی الاضلاع ہین اور نیچے کے قاعدہ یا سرے کا کنارہ ۱۴ فیٹ ہی اور اوپر کے قاعدہ کا ایک کنارہ ۱۰ فیٹ اور ارتفاع مخروط ناقص کا ۱۵ فیٹ ہی ایک سطح متوازی قاعدہ کے مخروط ناقص کے ایسی دو حصے کرتا ہے کہ پہلے حصہ کو چھوٹے حصے سے ایسی نسبت ہی جیسی کہ ۱۷ کو ہے ۲۷ سے تو بتاؤ ہر یک کا ارتفاع کیا ہوگا جواب اوپر کے حصہ کا ۷٫۰۲۴ فیٹ اور نیچے کا ۷٫۹۷۶ فیٹ

(۱۳) ایک برتن ہی جسکا طول ڈہائی گنا اوسکے عمق سے ہی اور اوسکا عرض ۲/۳ اوسکے طول کا ہے اور ۵۰۰۰ گیلن اوسمین شراب ہے، تو بتاؤ اوسکا عمق کیا ہی جواب ۵٫۵۵۲ فیٹ

فصل نہم

ایسے مجسمات جو دور یا چکر کرنیسے پیدا ہوتے ہین اجسام مستدیر کہلاتے ہین اس فصل مین اونکا ذکر ہے

(۱) اسطوانہ کی ایسی شکل ہوتی ہی جیسی تم رول یا ڈہول کی شکل دیکہتے ہو اور وہ اسطرح پیدا ہوتا ہے کہ مستطیل کے ایک ضلع کو قایم رکہکر اوسپر اوس مستطیل کو پورا چکر دین تو اسطوانہ پیدا ہووےگا اوسکو مشابہت منشور سے ہے فقط اتنا فرق ہی کہ اسطوانہ مین دونوں سروں پر دائرے ہوتے ہین اور منشور مین اشکال مستقیمۃ الاضلاع



پہر دونو دائرے برابر ہوتے ہین اور متوازی ہوتی ہین اور اونکے محیط گویا مجموعہ اضلاع اسطوانہ

کے گردہ کے ہوتے ہین

خط جو ایک دائرہ کے مرکز سے دوسرے دائرہ کے مرکز مین لایا جاے اوسکو محور اسطوانہ یا سہم اسطوانہ کہتے ہین اور جب یہہ محور عمود قاعدہ پر ہوتا ہے تو اوس صورت مین اسطوانہ کو اسطوانہ قائم کہتے ہین اور اگر عمود نہین ہوتا تو اسطوانہ کو اسطوانہ مائل

اب ہم اسطوانہ کو ایک منشور ایسا سمجھہ لین کہ جسکا قاعدہ ایک ایسی کثیر الاضلاع ہے جسکی ضلعونکی تعداد لا انتہا ہے تو اوسکی جسامت کے لئے وہی قاعدہ ہوگا جو منشور کی جسامت کے معلوم کرنیکا قاعدہ تہا یعنی قاعدہ اسطوانہ کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ ہے کہ ایک قاعدہ کے رقبہ کو ارتفاع عمودی مین کہ مابین قاعدونکے ہے ضرب دو حاصل ضرب جسامت ہوگی

انتباہ سطح مستدیر جو اسطوانہ کے گرد حائل ہے اوسکا رقبہ اسطرح دریافت ہوگا کہ مجموعہ اضلاع یعنی محیط قاعدہ کو طول مین ضرب دو

پہلی مثال ایک اسطوانہ مستدیر کی جسامت دریافت کرو جسکا طول ۴½ فیٹ ہو اور اوسکے قاعدہ کا قطر ۱ فیٹ ۹ انچہہ

رقبہ قاعدہ کا ۱٫۷۵² × ٫۷۸۵۴ = ۲٫۴۰۵۳ اسکو ۴½ مین ضرب دو تو حاصل ضرب ۱۰٫۸۲۳۳ مکعب فیٹ جسامت ہوگی

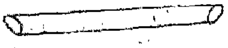
(۲) ایک نل ہے اور اندر سے خالی ہے اور اسطوانہ کے شکل کا ہے اور اندر کی طرف کا قطر اوسکا ۲۲½ انچہہ ہے اور ضخامت دہات کی ¾ انچہہ ہے تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا اگر ایک فیٹ مربع ایک انچ موٹے دہات کا وزن ۳۹½ سیر ہو

ظاہر ہے کہ قطر باہر کی طرف ۲ فیٹ ہوگا پس اگر یہہ اسطوانہ یعنی نل ٹہوس ہوتا تو اوسکی ضخامت ۲² × ٫۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ ہوتی لیکن یہان اندر سے وہ خالی بقدر اوس اسطوانہ کے ہے جسکی جسامت = ۱٫۸۷۵² × ٫۷۸۵۴ × ۴ مکعب فیٹ کے ہے دونوکو تفریق کیا تو

(۲² − ۱٫۸۷۵²) × ٫۷۸۵۴ × ۴ = ۱٫۵۲۱۷ مکعب فیٹ او ۱۴۴ مکعب انچہہ وزن ہین

۳۹ ½ سیر ہے تو ۳۹ ½ × ۱۵۲۱۶،۱ × ۱۲ = ۶۲۱۲۸،۶ سیر

تیسری مثال ایک حلقہ گول لوہے کی سلاخ کا بنا ہوا ہے اوسکے اندر کے محیط کا قطر ۲ فیٹ ہے اور لوہے کی موٹائی ۶ انچہ ہے تو بتاؤ اوسکی حجامت کیا ہوگی



فرض کرو کہ اس حلقہ کی سیدہی سلاخ بنائی تو ظاہر ہے کہ اس سلاخ کی حجامت اوس اسطوانہ کی حجامت ہوگی جسکا طول اوسط حلقہ کے اندر اور باہر کے محیطون کا ہوگا اب وسط ان محیطون کا کیا ہے نصف مجموعہ محیطون کا یعنی ½ (۲ + ۳) × ۳،۱۴۱۶ = ۷،۸۵۴ فیٹ یہہ محور ہوا حلقہ کا یا طول اسطوانہ کا جو اوس حلقہ کے برابر ہے بس (½)² × ۷،۸۵۴ × ۷،۸۵۴ = ۱،۵۴۲ مکعب فیٹ یہی جواب ہے

مثالین مشق کی واسطی (۲۱)

(۱) محور اسطوانہ قائم کا ۱۵ فیٹ اور قطر اوسکے قاعدہ کا ۶ ½ فیٹ ہو تو اوسکی حجامت اور سطح مستدیر اوسکی دریافت کرو جواب ۴۹۷،۷۶۴ مکعب فیٹ ہے اور سطح مستدیر ۳۰۶،۳۰۵ فیٹ

(۲) ایک اسطوانہ قائم کا طول ۲۰ فیٹ ہے اور اوسکے قاعدہ کا محیط ۵ ½ فیٹ ہے حجامت اوسکی دریافت کرو جواب ۴۸،۱۴۴ مکعب فیٹ

(۳) ایک اسطوانہ کی حجامت اور سطح مستدیر دریافت کرو اوسکے قاعدہ کا قطر ۵،۲۵ انچہ ہے اور ارتفاع اوسکا ۷،۳۵ انچہ ہے جواب حجامت ۱۵۹،۱۳۴ مکعب انچہ اور سطح مستدیر ۱۲۱،۲۳ انچہ مربع

(۴) ایک ستون بشکل اسطوانہ ہے اور وہ ۱۳ ½ فیٹ بلند اور ۴ فیٹ ۸ انچہ محیط میں ہے تو اوسکی حجامت دریافت کرو اور بتاؤ ایسے ۴ ستونون کی سفیدی کرائی مین بحساب ۹ پائی فی گز مربع کے حساب سے کیا لاگت لگیگی جواب ۲۳،۳۹۶ مکعب فیٹ اور ۱۳ روپیہ ۹ آنہ ۶ پائی

(۵) ایک لوہے کا نل ہے اوسکا قطر بیرونی ۱۲ ½ انچہ ہے اور نل کا دل ⅜ انچہ ہے تو بتاؤ ایسے ایک گز نل مین کسقدر لوہا ہوگا جواب ۵۰۱،۴۱۴ مکعب انچہ

(۶) ایک اسطوانہ قائم ۱۱ ۳/۴ فیٹ طول میں ہے اور ۱۰۷ ۳/۴ مکعب فیٹ حساب میں ہے اوسکی قاعدہ کا قطر دریافت کرو جواب ۱۴۱ انچہ

(۷) جسامت ایک اسطوانہ قائم کی ۷۰۰ء۵ مکعب فیٹ ہے اور محیط اوسکے قاعدہ کا ۹ ۱/۴ فیٹ ہے اوسکے محور دریافت کرو جواب ۵۰۷۰ء۵ فیٹ

(۸) ایک مکعب فیٹ پیتل میں سے گول تار ۱/۴ انچہ قطر کا کھینچا گیا ہے تو بتاؤ طول اس تار کا کیا ہوگا اگر یہہ بات مان لیجاوے کہ اس تار کشی میں مال کچھہ ضایع نہیں ہوا جواب ۴۴۴ گز ۳۱ میل کے قریب

(۹) ایک مکعب فیٹ پانی کا وزن ۱۰۰۰ اونس ہوتا ہے اور سونا پانی سے ۱۹ گنا زیادہ وزنی ہوتا ہے تو بتاؤ کسقدر لنبا ایک سونیکا تار جسکا قطر تینس ہزارواں حصہ ایک انچ کا ۱۲ ایک اونس میں کتنا ہوگا

جواب ۱۶۷۶۹ ۱/۲ فیٹ

(۱۰) ایک اسطوانہ کی شکل کا برتن ۱۸ انچہ عمیق اور ۱۴۷ انچہ قطر میں ہے تو ایک اور ظرف ۳ فیٹ گہری کا کیا قطر رکھا جاوے کہ اوسمیں پانی دوگنا پہلے برتن سے سماوے جواب ۸۷ء۳۷۲ انچہ

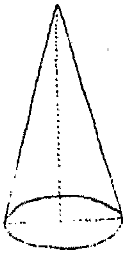
(۱۱) تین متشابہ اسطوانے ہیں جنکے طول ۳ و ۵ و ۹ ہیں اور پہلے اسطوانہ کے قاعدہ کا محیط ۱۷ ۱/۴ انچہ ہے اور جسامت دوسرے اسطوانہ کی ۷ء۱۹ مکعب فیٹ بہ نسبت اول کے زیادہ ہے تو بتاؤ سطح مستدیر دوسرے اسطوانہ کی تیسرے اسطوانہ کے سطح مستدیر سے کسقدر زیادہ ہے جواب ۶ء۹۶ مربع انچ

(۱۲) ایک حلقہ اسطوانہ کی موٹائی ۶۵ء۱ انچہ ہے اور اوسکی جسامت ۰۰۱۹ء۰ مکعب فیٹ ہے تو بتاؤ اوسکی اندر اور باہر کے قطر کیا ہیں جواب ۸ء۱۳ اور ۵ء۲ انچہ

(۱۳) اگر لوہے کا وزن فی مکعب انچہ ۲ ۱/۲ اونس ہو اور اوسکا ایک نل اسطوانہ کی شکل کا ہو اور اوسکا سوراخ ۳ ۱/۲ انچہ ہو اور دل لوہے کا ۷/۸ انچہ اور اندر کی سطح مستدیر ۸۶ ۲/۱۱ مربع انچہ بہ نسبت باہر کے سطح مستدیر کے زیادہ ہو تو بتاؤ اوسکا وزن کیا ہوگا جواب ۱ ہنڈرڈ ویٹ

(۴) مخروط مستدیر وہ مجسم ہے جسکا قاعدہ دائرہ ہو اور وہ اوپر کو گاودم اوٹھتا ہوا ایک نقطہ پر ختم ہوجاوے جیسا کہ سر دیا صنوبر ہوتا ہے اس نقطہ کو راس کہتے ہیں یہہ جسم پیدا اسطرح سے ہوتا ہے کہ ایک مثلث

قائم الزاویہ کے ایک ضلع عمودی کو قائم رکھکر مثلث کو چکر دیں تو اس چکر سے مخروط مستدیر پیدا ہو جاوےگا
اور جیسے کہ اسطوانہ کو منشور مضلع سے ایک مناسبت تھی ویسے اس مخروط مستدیر کو مخروط مضلع
کے ساتھہ مماثلت ہے اس سبب سے اوسکی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے کہ



قاعدہ

رقبہ قاعدہ کو تہائی ارتفاع میں ضرب دو حاصلضرب جسامت مخروط مستدیر ہوگی
اور مخروط مستدیر ناقص کی جسامت دریافت کرنیکا یہہ قاعدہ ہے

قاعدہ

دونوں اوپر نیچے کے قاعدوں کے رقبوں برابر رقبوں کے حاصلضرب کا جذر زیادہ کرو اور حاصل کو تہائی ارتفاع
میں ضرب دو حاصلضرب جسامت مستدیر ناقص کی ہوگی

انتباہ اول قاعدہ دوم کے موافق جب عمل ہو تو مضروب ۷۸۵۴، کو دو دفعہ کام میں لانے کی ضرورت نہیں ہے توضیح
اوسکی مثال دوم سے دیکھو اور سمجھو

انتباہ دوم مخروط مستدیر قائم کی سطح مستدیر حاصل ضرب محیط قاعدہ اور نصف ارتفاع مائل کی ہوتی ہے

پہلی مثال ایک مخروط مستدیر قائم کا قطر ۶۷ انچہ ہے اور ارتفاع ۲۷ انچہ ہے تو اوسکی جسامت اور سطح مستدیر کو

رقبہ قاعدہ = ۶۷² × ۷۸۵۴، = ۳۵۲۵٫۶۶ مربع انچہ کے اور

جسامت = ۳۵۲۵٫۶۶ × ۹ ÷ ۱۷۲۸ = ۱۸٫۳۶ مکعب فیٹ کے یہہ ایک بات کا جواب ہوا

دوسرے ارتفاع مائل = √(۲۷² + ۳۳٫۵²) = ۴۳٫۰۲ انچہ کے اور

سطح مستدیر = ½ (۶۷ × ۳٫۱۴۱۶) × ۴۳٫۰۲ ÷ ۱۴۴ = ۳۱٫۴۴ مربع فٹ کے

دوسری مثال ایک مخروط مستدیر ناقص کے قاعدوں کے قطر ۵۳ اور ۶۷ انچہ ہیں اور اوسکا ارتفاع ۴ انچہ ہے
اول جسامت اوسکی دریافت کرو

(۵۳² + ۶۷² + ۶۷×۵۳) × ۷۸۵۴، × ۱۲ انچ ÷ ۱۷۲۸ = ۹۸۶ مکعب فیٹ یہی جواب ہے

مثالیں مشق کی واسطے (۲۲)

(۱) ایک مخروط مستدیر کی جسامت اور اوسکی سطح مستدیر بتاؤ قطر اوسکے قاعدہ کا ۲½ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۲ فیٹ جواب ۱۹٫۶۳۵ مکعب فیٹ جسامت اور ۴۷٫۳۷۹ مربع فیٹ

(۲) ایک مخروط مستدیر قائم کی جسامت دریافت کرو محیط قاعدہ کا ۲ فیٹ ۳ انچہ ہے اور ارتفاع مائل ۸ فیٹ ۴ انچہ ہے جواب ۱٫۱۱۸ مکعب فیٹ

(۳) ایک مخروط مستدیر ناقص کی جسامت بتاؤ اوسکے اوپر قاعدہ کا قطر ۱ فٹ ہے اور نیچے کے قاعدہ کا ۲ فیٹ ہے اور ارتفاع ۱۰ فیٹ ہے جواب ۱۸٫۳۲۶ فیٹ مکعب

(۴) ایک مخروط مستدیر قائم کا ارتفاع ۱۷ انچہ ہے اور اوسکا قاعدہ ۷۷ انچہ محیط میں ہے تو بتاؤ اوسکی جسامت اور سطح مستدیر کیا ہے جواب جسامت ۲۶۷۳٫۹۲ مکعب انچہ اور رقبہ سطح مستدیر ۸۰۶٫۹۲

(۵) ایک ظرف مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکی اوپر کا قطر ۶۲ انچہ ہے اور تہ کا قطر ۴۶ انچہ اور ۶۰ انچہ عمیق ہے تو بتاؤ کے گیلن اوسمیں شراب آویگی جواب ۴۹۹٫۲۱

(۶) ایک مخروط مستدیر کا ارتفاع مائل بتاؤ جسکی جسامت ۳۰٫۱۱۸۷ مکعب فیٹ ہے اور ارتفاع ۲۴٫۹۷۷ فیٹ ہے جواب ۲۵ فیٹ

(۷) ایک مخروط مستدیر ۵ فیٹ بلند کی جسامت ۲۹½ مکعب فیٹ ہے تو اوسکی مشابہ مخروط مستدیر ۷½ فیٹ بلند کی جسامت دریافت کرو جواب ۹۹٫۵۶۲۵ مکعب فیٹ

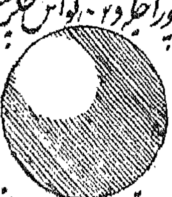
(۸) ایک مخروط مستدیر کے قاعدہ کا قطر ۱۰ ہے اور وہ ایک سطح سے جو قاعدہ کے متوازی ہے دو برابر حصوں میں تقسیم ہوا ہے تو قطر سطح قاطع کا نکالو جواب ۷٫۹۳۷

(۹) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور اوسکے اوپر نیچے کے قطر ۴ و ۳ انچہ ہیں اور ۶ انچہ گہرا ہے اور وہ پانی سے بھرا ہوا رکھا ہے اوسمیں سے ایک شخص نے اسقدر پانی پیا جسقدر کہ بچے ہوئے پانی کے ۴/۱۱ حصے ہیں تو بتاؤ پانی کسقدر باقی رہا جواب ۱٫۰۰۸۵ پینٹ

(۱۰) ایک گلاس مخروط مستدیر ناقص کی شکل کا ہے اور ۵ انچہ گہرا ہے اور اوپر اور نیچے کے قطر ۴ اور ۳ ہیں اور اوسمیں پانی بھرا ہے تین آدمیوں نے اوسمیں سے پانی برابر پیا تو بتاؤ ہر ایک نے کتنا گہرا پانی پیا

جواب اول نے ۸۶۳۲۱٫۱ دوم نے ۱۶۱۸۱٫۱ اور سیوم نے ۴۰۰٫۲ انچہ

(۳) کرہ ایک گول مجسم ہوتا ہے جیسے گیند اور گولی اور اوسکے اندر ایک نقطہ ہوتا ہے جسے تمام نقطے کرہ کے سطح مستدیر پر برابر فاصلہ پر ہوتے ہیں اور اس نقطہ کو مرکز کرہ کہتے ہیں وہ پیدا اسطرح ہوتا ہے کہ نصف دائرہ کے قطر کو قائم رکھکر اوسپر نصف دائرہ کو پورا چکر دو ۔ تو اس چکر سے کرہ پیدا ہوجاویگا یہہ کرہ دو تہائی اوس اسطوانہ کا ہوتا ہے جو اوسکے اوپر بنایا جاے



دائرہ عظیمہ وہ دائرہ ہے جسکا مرکز وہی ہو جو کرہ کا مرکز ہو

یہہ ہندسہ میں ثابت ہوا ہے کہ سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی ہے حاصلضرب قطر اور محیط دائرہ عظیم کے یعنی برابر ہوتی ہے قطر کے مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کے حاصلضرب کے پس اسطرح سے سطح مستدیر کرہ کی برابر ہوتی سطح مستدیر اسطوانہ کی جو کرہ کے اوپر بنایا جاوے

کرہ کو یوں سمجھو کہ وہ لاانتہا مضلع مخروطوں سے مرکب ہوا ہے ان مخروطوں کے قاعدے تو ملکر سطح مستدیر کرہ کے بناتے ہیں اور ارتفاع ہر ایک کا نصف قطر کرہ کا ہے اور جسامت ہر ایک مخروط کی حاصل ضرب قبہ قاعدہ اور تہائی ارتفاع کی ہے پس اس سے معلوم ہوا کہ جسامت کرہ کی گیا ہے سطح مستدیر کو نصف قطر کی تہائی میں یا قطر کی چھٹے حصے میں ضرب دو اور پہلے بیان کر آئے ہیں کہ سطح مستدیر کرہ کی حاصلضرب قطر کے مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہے پس اس سے یہہ نتیجہ نکلتا ہے کہ جسامت کرہ کی حاصلضرب قطر کے چھٹے حصہ اور قطر کے مربع اور ۳٫۱۴۱۶ کا ہی تو اسی سے یہہ قاعدہ جسامت کرہ کے دریافت کرنیکا مستنبط ہوا کہ

قاعدہ

قطر کے مکعب کو ۳٫۱۴۱۶ کے چھٹے حصے یعنی ٫۵۲۳۶ میں ضرب دو حاصلضرب جسامت کرہ کی ہوگی

انتباہ جہاں بڑی مضروب کو ٫۵۲۳۶ میں ضرب دینی پڑے تو اوسکے یہہ اجزا ضربی کرو ۴٫۱۲ + ۰٫۰۰۳۶ اور انمیں ضرب دیدو دوسرا پہلے سے سہ چند ہے اور تیسرا دوسرے سے سہ چند ہے

پہلی مثال ایک کرہ کا قطر ۱۵٫۱۹ انچہ ہے اوسکی جسامت دریافت کرو

۹۴۴٫۰۶۶ = ۹٫۸۱

٫۵۲۳۶

چوگنے = ۳۰۶۶۳۴

۴گنا × ۳ = ۱۱۳۲۸۹۱۲

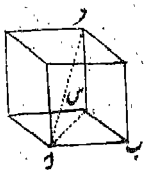
۱۲گنا × ۳ = ۳۳۹۸۶۰۳۶

۴۹۴٫۳۱۸۱۹۳۶ مکعب انچہ یہہ جسامت ہے

دوسری مثال ایک کرہ کی جسامت ۱۰٫۶۰ مکعب انچہ ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا

مکعب قطر کا = ۶۱۶۰۱ ÷ ٫۵۲۳۶ = ۱۱۷۶۴۹ اور جزر الکعب اسکا ۴۹ ہے یہی جواب ہے

تیسری مثال ایک کرہ مین مکعب بنایا گیا ہے اور اوسکا کنارہ



۱۱ فیٹ ہے تو قطر اور سطح مستدیر کرہ دریافت کرو اب اور ب ا س

مین سے ہر یک ۱۱ فیٹ ہے ا ب۲ + ب س۲ = ۲۴۲ اور ا س۲ + س ذ۲

= ۳۶۳ = ا ذ۲ یہہ مربع قطر مکعب کا ہے اور جو قطر مکعب کا ہے وہی قطر کرہ کا ہے اسلئے

سطح مستدیر کرہ کی = ۳۶۳ × ۳٫۱۴۱۵۹۲۶ = ۱۱۴۰٫۳۹۸ مربع فیٹ کے

یہہ ایک جواب ہوا اور $\sqrt{۳۶۳}$ = ۱۹٫۰۵۲۵ فیٹ یہہ قطر کرہ ہے یہہ دوسری بات کا جواب ہے

مثالین مشق کی واسطے ۲۶

(۱) ایک کرہ کا قطر ۲٫۰۷ ہے اوسکی جسامت کیا ہوگی جواب ۴٫۶۴۴

(۲) ایک کرہ کا نصف قطر $۱۷\frac{۱}{۲}$ انچہ ہے اوسکی جسامت بتلاؤ کے مکعب گز ہے

جواب ۵٫۲۰۸ مکعب گز

(۳) ایک کرہ کا محیط ۵۴ فیٹ ہے اوسکی سطح مستدیر اور جسامت کیا ہوگی

جواب سطح مستدیر ۹۲۸٫۱۹۲ مربع فیٹ اور جسامت ۲۶۵۹٫۰۶ مکعب فیٹ

(۴) جس کرہ کی جسامت ۴۹۲۰ $\frac{۴}{۲۱}$ مکعب گز ہے تو اوسکی جسامت کیا ہوگی

جواب ۲۱٫۱۳ گز

(۵) ایک کرہ کی سطح مستدیر ۱۰۰۰ مربع انچ ہے اوسکا قطر دریافت کرو جواب ۱۷٫۸۴۱ انچہ

(۶) اوس کرہ کا قطر دریافت کرو جسکی جسامت ۵ تہائی اوس مکعب کی ہو جسکا ایک کنارہ ۱۸ انچہ ہے جواب ۲۶٫۴۷۸ انچہ

(۷) ایک کٹورہ نصف کرہ کی شکل کا ہی اور اوسکا قطر ۱۲٫۰۱۴۳ انچہ ہی اوسمین کے گیلن پانی آویگا جواب ۳

(۸) ایک کٹورہ مین ۲ کوارٹر ۱½ پینٹ پانی آتا ہے تو اوسکا قطر کیا ہوگا جواب ۹ انچہ کے قریب

(۹) ایک گولہ اندر سے خالی ہے اور اوسکے محیط اندرونی اور بیرونی کے قطر ۹ اور ۱۰ انچہ ہین تو بتاؤ جسامت اوس گولے کی جواب ۱۴۷۹٫ مکعب فیٹ

(۱۰) ۱½ مکعب انچ ہاتی دانت ہی تو اوسکی گولی بنانےمین کم سے کم کتنا وزن ہاتی دانت خراب جاویگا اور یہہ یاد رہے کہ ۹۱۲½ چھٹانک کا وزن ایک مکعب فیٹ ہاتی دانت مین ہوتا ہے جواب ۰٫۲۵۸۹ چھٹانک

(۱۱) توپ کے ۱۲ پونڈ گولہ کا قطر ۴٫۳۶۸ ہے تو ۳۲ پونڈ کا قطر کیا ہوگا جواب ۶٫۰۵۷ انچہ

(۱۲) اگر ۳۲ سیر گولہ کا قطر ۶٫۰۵۷ انچہ ہے تو اوس گولہ کا کیا وزن ہوگا جسکا قطر ۳٫۹۷ انچہ ہے جواب ۹ سیر

(۱۳) ایک توپ ہے اوسکے اندر ۱۲ سیر کا گولہ جاتا ہے اور اوس توپ کے منہہ کا قطر ۱/۱۲ انچہ گولہ کے قطر سے زیادہ ہے تو بتاؤ اوس توپ کی منہہ کا قطر کیا ہے اور یہہ تمکو معلوم ہے کہ ۱/۵ سیر ایک انچہ مکعب لوہے کا وزن ہوتا ہے جواب ۵٫۷۵۳ انچ

(۱۴) ایک گولی ہاتی دانت کی ۴ انچہ قطر کی ہے اوسمین سے اگر ایک مکعب بنادین تو کم سے کم کسقدر ہاتی دانت ضایع جاویگا جواب ۲۱٫۱۹۳۵

(۱۵) ایک دہات کا گولہ ۱۸۶½ سیر وزن مین ہی ۸۰۰ مربع انچ سونے کے ورق چڑہائے جاتے ہین اوسی دہات کا گولہ ایک اور ہی جسکا وزن ۳۳۸ ۱/۱۲ سیر کی تو بتاؤ کسقدر سونیکے ورق چڑہائے جاوینگے جواب ۱۲۵۴½ انچہ مربع

تمت تمام شد